



БИБЛИОТЕЧКА • КВАНТ •

выпуск 43

О. Ф. КАБАРДИН

В. А. ОРЛОВ

МЕЖДУНАРОДНЫЕ ФИЗИЧЕСКИЕ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ





БИБЛИОТЕЧКА • КВАНТ •

выпуск 43

О. Ф. КАБАРДИН

В. А. ОРЛОВ

МЕЖДУНАРОДНЫЕ ФИЗИЧЕСКИЕ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ

Под редакцией академика АПН СССР
В. Г. РАЗУМОВСКОГО

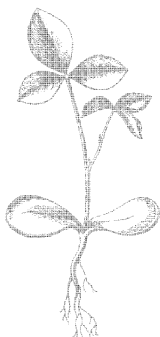


МОСКВА «НАУКА»

ГЛАВНАЯ РЕДАКЦИЯ

ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1983



ББК 22.3
К12
УДК 53 (023)

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ:

Академик **Ю. А. Осипьян** (председатель), академик **А. Н. Колмогоров** (заместитель председателя), профессор **Л. Г. Асламазов** (ученый секретарь), член-корреспондент АН СССР **А. А. Абрикосов**, академик **Б. К. Вайнштейн**, заслуженный учитель РСФСР **Б. В. Воздвиженский**, профессор **С. П. Капица**, академик **С. П. Новиков**, академик АПН СССР **В. Г. Разумовский**, академик **Р. З. Сагдеев**, профессор **Я. А. Смородинский**, академик **С. Л. Соболев**, член-корреспондент АН СССР **Д. К. Фаддеев**.

Ответственный редактор выпуска **А. Р. Зильберман**.

Кабардин О. Ф., Орлов В. А.

К12 Международные физические олимпиады школьников/Под ред. В. Г. Разумовского.— М.: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1985.—160 с.—(Б-чка «Квант». Вып. 43.)—30 к.

В книге рассказывается об истории и условиях проведения Международных физических олимпиад школьников, об участии и успехах советских школьников на этих олимпиадах. Книга содержит условия задач всех олимпиад, проведенных до 1985 г., а также подробные решения этих задач. При подготовке решений, приведенных в книге, использовались лучшие решения советских школьников, отмеченные специальными призами Международного жюри олимпиады.

Для школьников, преподавателей физики средней школы, студентов физических специальностей вузов.

К $\frac{1704000000-165}{053 (02)-85}$ 187-85

ББК 22.3

СОДЕРЖАНИЕ

От авторов	4	
Международные олимпиады по физике	5	
	Условия задач	Решения
I МЕЖДУНАРОДНАЯ ОЛИМПИАДА, 1967 г. (ПНР)	14	46
II МЕЖДУНАРОДНАЯ ОЛИМПИАДА, 1968 г. (ВНР)	15	51
III МЕЖДУНАРОДНАЯ ОЛИМПИАДА, 1969 г. (ЧССР)	16	54
IV МЕЖДУНАРОДНАЯ ОЛИМПИАДА, 1970 г. (СССР)	18	60
V МЕЖДУНАРОДНАЯ ОЛИМПИАДА, 1971 г. (НРБ)	20	66
VI МЕЖДУНАРОДНАЯ ОЛИМПИАДА, 1972 г. (СРР)	22	75
VII МЕЖДУНАРОДНАЯ ОЛИМПИАДА, 1974 г. (ПНР)	25	86
VIII МЕЖДУНАРОДНАЯ ОЛИМПИАДА, 1975 г. (ГДР)	26	91
IX МЕЖДУНАРОДНАЯ ОЛИМПИАДА, 1976 г. (ВНР)	29	98
X МЕЖДУНАРОДНАЯ ОЛИМПИАДА, 1977 г. (ЧССР)	30	106
XI МЕЖДУНАРОДНАЯ ОЛИМПИАДА, 1979 г. (СССР)	33	112
XII МЕЖДУНАРОДНАЯ ОЛИМПИАДА, 1981 г. (НРБ)	34	119
XIII МЕЖДУНАРОДНАЯ ОЛИМПИАДА, 1982 г. (ФРГ)	36	126
XIV МЕЖДУНАРОДНАЯ ОЛИМПИАДА, 1983 г. (СРР)	40	137
XV МЕЖДУНАРОДНАЯ ОЛИМПИАДА, 1984 г. (Швеция)	42	147
Тематический указатель задач	158	
Программа международной физической олимпиады	158	

В книге рассказывается об организации и проведении Международных олимпиад по физике, о подготовке советских школьников к участию в этих олимпиадах. Читатели книги познакомятся с программой Международных физических олимпиад, которая существенно шире программы основного школьного курса физики в Советском Союзе. Во введении приводятся основные положения статута о порядке проведения Международных физических олимпиад.

Основное содержание книги составляют условия всех теоретических и экспериментальных задач, предлагавшихся на пятнадцати Международных физических олимпиадах школьников (с I по XV), и решения этих задач. Среди них есть решения, предлагавшиеся авторами задач, для многих задач даны оригинальные варианты решений, по некоторым задачам приведены решения, предложенные советскими школьниками и отмеченные специальными призами Международного жюри.

Авторы книги на протяжении многих лет участвовали в подготовке школьников к олимпиадам и являлись руководителями советской команды на Международных физических олимпиадах.

Замысел создания этой книги принадлежит И. Ш. Слободецкому. Книги с информацией о Международных физических олимпиадах издавались в разные годы в СРР (1978 г.), ВНР (1978 г.), СФРЮ (1985 г.), а также в Грузинской ССР (1983 г., автор К. К. Кудавя). Это издание — первое на русском языке и включает наибольшее количество олимпиад.

Авторы выражают благодарность В. Г. Разумовскому, М. В. Грабиленкову, А. Р. Зильберману, Г. Ш. Кеванишвили и Т. О. Окрошидзе, принимавшим участие в обсуждении и рецензировании рукописи.

МЕЖДУНАРОДНЫЕ ОЛИМПИАДЫ ПО ФИЗИКЕ

Международные олимпиады по физике проводятся с 1967 г. Первая Международная олимпиада была организована по инициативе Польской Народной Республики. В ней приняли участие школьники пяти социалистических стран: Болгарии, Венгрии, Польши, Румынии и Чехословакии. Уже в следующем, 1968 г., к участникам олимпиады из этих стран присоединились учащиеся Германской Демократической Республики, Союза Советских Социалистических Республик и Югославии. С тех пор команда нашей страны участвует во всех олимпиадах. В 1970 и 1979 гг. Москва принимала у себя участников IV и XI Международных физических олимпиад. Число стран-участниц олимпиады непрерывно растет. Инициатива социалистических стран по развитию контактов в области физического образования в средней школе и по развитию творческих способностей школьников поддержана рядом капиталистических стран.

В настоящее время в Международной физической олимпиаде принимают участие школьники из 23 стран: Австрии, Болгарии, Великобритании, Венгрии, Вьетнама, Германской Демократической Республики, Голландии, Греции, Исландии, Италии, Канады, Кубы, Норвегии, Польши, Румынии, Союза Советских Социалистических Республик, Турции, Федеративной Республики Германии, Финляндии, Франции, Чехословакии, Швеции, Югославии.

Главная цель проведения Международных олимпиад — международное сотрудничество между странами в решении проблем, стоящих перед народным образованием. Встречи и дискуссии между руководителями команд помогают обмену опытом работы по совершенствованию физического образования и использованию этого опыта в своих странах. Международные олимпиады способствуют установлению дружеских связей между молодежью разных стран, упрочению взаимопонимания и сотрудничества между государствами

в духе соглашения, подписанного в Хельсинки. Международные олимпиады — это та область, где мы хотим соревноваться с другими странами. Благородство такого соревнования ни у кого не вызывает сомнения.

В Международной физической олимпиаде участвует небольшое число школьников, но ей предшествуют разные этапы национальных олимпиад, в которых принимают участие сотни тысяч школьников и тысячи учителей. Перспектива участия в олимпиадах все более высокого уровня, включая уровень Международной физической олимпиады, является важным стимулом к систематическому изучению физики на повышенном уровне, способствует развитию творческих способностей школьников.

Международная физическая олимпиада состоит из двух туров — теоретического, на котором участникам предлагаются три-четыре теоретические задачи, и экспериментального, на котором учащиеся должны выполнить одно или два экспериментальных задания. Оба тура проводятся в разные дни, на каждый из них выделяется по пять часов.

Задачи для олимпиады готовятся представителями страны-организатора. По статуту олимпиады задачи составляются на основе специальной программы, которая, в основном, включает вопросы, изучаемые в средних школах всех стран-участниц. Но имеется ряд вопросов, не входящих в программу основного курса физики средней школы нашей страны. Это приходится учитывать при подготовке участников Международной олимпиады. Заметим, что программа Международных олимпиад практически полностью соответствует программе школ и классов с углубленным изучением физики и факультативному курсу физики *).

Страна-организатор олимпиады формирует специальную комиссию, которая осуществляет проверку работ участников. Эта комиссия предварительно разрабатывает систему оценок за каждый этап решения задачи. Полное решение всех теоретических задач при этом оценивается 30 баллами, а экспериментальных — 20 баллами.

Результаты проверки сообщаются научным руководителям команд, которые входят в состав Международной комис-

*) Кабардин О. Ф., Орлов В. А., Пономарева А. В. Факультативный курс физики 8 класс. — М.: Просвещение, 1985; Кабардин О. Ф., Кабардина С. И., Шефер Н. И. Факультативный курс физики 9 класс. — М.: Просвещение, 1978; Кабардин О. Ф., Орлов В. А., Шефер Н. И. Факультативный курс физики 10 класс. — М.: Просвещение, 1979.

Кроме этого, см. также: Яворский Б. М., Пинский А. А. Основы физики, т. 1, т. 2. — М.: Наука, 1981.

сии, и им предоставляется возможность посмотреть работы, обсудить правильность оценки с теми, кто проверял их, внести различные коррективы. После этого результаты проверки утверждаются Международной комиссией.

Подведение итогов проводится следующим образом.

Прежде всего суммируются баллы, полученные каждым участником за выполнение всех задач. Первую премию получают участники олимпиады, набравшие не менее 90% баллов от максимального числа баллов, полученного наиболее успешно выступившим участником, вторую премию получают участники, набравшие от 78 до 90% от максимального числа баллов, третью — набравшие от 65 до 78% от этого числа. Участники, получившие от 50 до 65% от максимального числа баллов, награждаются похвальными грамотами. Учащиеся, которые набрали менее 50% баллов, получают удостоверение участника олимпиады.

Такой порядок оценки результатов и подведения итогов олимпиады определен статутом, утвержденным странами-участницами олимпиады.

Следует отметить успешные выступления команды СССР и социалистических стран на Международных олимпиадах

Сведения о Международных олимпиадах по физике

Олимпиада	Год и место проведения	Число стран-участниц	Три команды, набравшие наибольшую сумму баллов		
			I место	II место	III место
I	1967, ПНР	5	ВНР (107)	ПНР (104)	ЧССР (103)
II	1968, ВНР	8	ВНР (93)	ЧССР (85)	ПНР (84)
III	1969, ЧССР	8	ЧССР (222)	ВНР (214)	СССР (207)
IV	1970, СССР	8	СССР (301)	ЧССР (238)	ПНР (236)
V	1971, НРБ	7	ВНР (197)	СССР (192)	СРР (184)
VI	1972, СРР	9	СРР (224)	ВНР (218)	СССР (217)
VII	1974, ПНР	8	СССР (150)	ПНР (138)	ВНР (137)
VIII	1975, ГДР	9	ГДР (186)	СССР (176)	ВНР (171)
IX	1976, ВНР	10	СССР (193)	СРР (181)	ГДР (174)
X	1977, ЧССР	12	ЧССР (219)	СССР (204)	ФРГ (184)
XI	1979, СССР	10	СССР (192)	НРБ (154)	ПНР (151)
XII	1981, НРБ	14	СССР (202)	ФРГ (199)	СРР (190)
XIII	1982, ФРГ	17	СССР (200,5)	ПНР (191,5)	СРР (182,5)
XIV	1983, СРР	16	СССР (191,75)	СРР (186,25)	ФРГ (153)
XV	1984, Швеция	18	СССР (190)	СРР (181,5)	ВНР (153)
XVI	1985, СФРЮ	20	СССР (176,5)	ФРГ (157,5)	Англия (155,5)

по физике. В таблице приводятся сведения о прошедших шестнадцати Международных олимпиадах по физике *).

Успешные выступления советских школьников на Международных физических олимпиадах обеспечиваются высоким уровнем естественнонаучного образования в средней школе, системой работы с одаренными школьниками на факультативных занятиях и в классах с углубленным изучением физики, а также на различных этапах Всесоюзной физической олимпиады, которая проводится с 1967 г. Ранее физические олимпиады школьников проводились многими университетами и крупными техническими вузами страны.

Всесоюзная физическая олимпиада является составной частью Всесоюзной физико-математической и химической олимпиады школьников, которая ежегодно проводится Министерством просвещения СССР совместно с ЦК ВЛКСМ, ВЦСПС, Министерством высшего и среднего специального образования СССР, Академией наук СССР, Академией педагогических наук СССР и другими организациями.

Всесоюзная физическая олимпиада проводится в пять этапов.

Первый этап — школьный. В нем принимают участие все желающие ученики 7—10 классов, их общее число составляет более двух миллионов школьников.

Второй этап — районный (городской). В районных олимпиадах участвуют победители школьных олимпиад, по одному от класса, что составляет примерно 300 тысяч школьников.

Третий этап — областные олимпиады. В них участвуют команды школьников, сформированные из числа победителей районных и городских олимпиад. Общее число участников этого этапа олимпиады около 10 тысяч.

Четвертый этап — республиканские олимпиады, в которых участвуют победители областных олимпиад и победители конкурса журнала «Квант». В этом этапе принимают участие примерно 1500 школьников.

Пятый — заключительный этап, в котором выступают команды от каждой республики, сформированные из числа победителей республиканских олимпиад. Общая численность участников этого этапа олимпиады около 150 человек. Проведением олимпиады на всех ее этапах руководят органы народного образования.

*) В I Международной физической олимпиаде команда СССР не участвовала, во II — заняла 5-е место.

Дипломанты I и II степени Всесоюзной олимпиады среди школьников 9 класса приглашаются на недельные отборочные сборы, проводимые в дни зимних каникул. Кандидатам в команду СССР рассылаются для самостоятельной работы задания, учитывающие специфику Международных олимпиад. По итогам зимних сборов и выступлений их участников на заключительном этапе Всесоюзной физической олимпиады в 10 классе комплектуется состав участников для учебно-тренировочных сборов, проводимых в течение одного месяца перед началом Международной физической олимпиады.

На этих сборах проводится теоретическая и экспериментальная подготовка по программе Международной физической олимпиады и формируется окончательный состав сборной команды СССР.

На протяжении ряда лет подготовка команд советских школьников проводилась на физическом факультете МГУ. В последние годы подготовка участников команд обеспечивается членами методической комиссии Всесоюзной физической олимпиады школьников. Наиболее активное участие в этой работе принимали профессора Л. Г. Асламазов, С. М. Козел, А. Л. Стасенко, доценты и преподаватели институтов Л. П. Баканина, В. Е. Белонучкин, Ю. М. Брук, А. Р. Зильберман, С. С. Кротов, В. В. Можаяев, Ю. А. Самарский, И. Ш. Слободецкий, Е. Л. Сурков, сотрудники АПН СССР О. Ф. Кабардин, В. А. Орлов.

В разные годы нашу страну на Международных физических олимпиадах (МФО) представляли:

II МФО, ВНР, 1968 г.

1. Виноградов Александр (г. Арамилъ Свердловской обл.), Похвальная грамота;

2. Феизов Селимзян (г. Новосибирск), Похвальная грамота;

3. Солнцев Сергей (г. Минск), Похвальная грамота.

Руководитель команды — инспектор Министерства просвещения СССР А. Г. Европин.

III МФО, ЧССР, 1969 г.

1. Гавриленко Владимир (г. Горький), Диплом I степени;

2. Климов Андрей (Москва), Диплом I степени;

3. Черноуцан Алексей (Москва), Диплом I степени;

4. Меркулов Владимир (г. Минск), Диплом II степени;

5. Кондратьев Николай (Москва), Диплом III степени.
В. Меркулов получил спецприз за решение теоретической задачи.

Руководители команды — профессор НИИ общего и политехнического образования АПН СССР А. И. Янцов и старший преподаватель МГУ Г. С. Тарасюк.

IV МФО, СССР, 1970 г.

1. Волошин Михаил (Москва), Диплом I степени;
 2. Горбачевский Сергей (г. Ломоносов Ленинградской обл.), Диплом I степени;
 3. Петров Борис (Ленинград), Диплом I степени;
 4. Булыженков Игорь (г. Уфа), Диплом II степени;
 5. Люксютов Игорь (г. Киев), Диплом II степени;
 6. Кравцов Владимир (г. Горький), Диплом III степени.
- Руководители команды — профессор МГУ В. А. Ивернова и старший преподаватель МГУ Г. С. Тарасюк.

Председатель оргкомитета — действительный член АПН СССР В. Г. Зубов, председатель Международной комиссии — действительный член АПН СССР В. А. Фабрикант.

V МФО, НРБ, 1971 г.

1. Варламов Андрей (г. Киев), Диплом I степени;
2. Абрикосов Алексей (Москва), Диплом II степени;
3. Будник Сергей (г. Днепропетровск), Похвальная грамота;
4. Сальджюнас Витас (г. Вильнюс), Похвальная грамота;
5. Снегирев Александр (село Осиновка Могилевской обл.), Похвальная грамота.

А. Абрикосов получил спецприз за наибольшее число безупречно выполненных заданий.

Руководители команды — профессор МГУ М. Д. Карасев и старший преподаватель МГУ Г. С. Тарасюк.

VI МФО, СРР, 1972 г.

1. Провоторов Сергей (Ленинград), Диплом I степени;
2. Лягушин Сергей (г. Днепропетровск), Диплом III степени;
3. Мкртчян Рубен (г. Ереван), Диплом III степени;
4. Вайдман Лев (Ленинград), Похвальная грамота;
5. Плетнев Игорь (Москва), Похвальная грамота.

Руководители команды — профессор МГУ М. Д. Карасев и старший преподаватель МГУ Г. С. Тарасюк.

VII МФО, ПНР, 1974 г.

1. Курчанов Анатолий (г. Житомир), Диплом III степени;
2. Руднев Алексей (Москва), Диплом III степени;
3. Масич Сергей (г. Новосибирск), Похвальная грамота;
4. Наний Олег (г. Кишинев), Похвальная грамота;
5. Фалькин Евгений (г. Новосибирск), Похвальная грамота.

Руководители команды — заведующий лабораторией НИИ СиМО АПН СССР О. Ф. Кабардин и старший преподаватель МГУ Г. С. Тарасюк.

1. Коршунов Сергей (пос. Монино Московской обл.), Диплом I степени;
2. Авдеев Леонид (г. Новосибирск), Диплом II степени;
3. Шахнович Евгений (г. Калининград), Диплом II степени;
4. Борю Вадим (г. Запорожье), Диплом III степени;
5. Македонов Юрий (г. Калинин), Диплом III степени.

Руководители команды — заведующий лабораторией физики НИИ СиМО АПН СССР В. Г. Разумовский и старший преподаватель МГУ Г. С. Тарасюк.

IX МФО, ВНР, 1976 г.

1. Булатов Владимир (Ленинград), Диплом I степени;
2. Кривцун Владимир (г. Харьков), Диплом I степени;
3. Хамитов Ильдар (Ленинград), Диплом I степени;
4. Голубенцев Андрей (г. Саратов), Диплом II степени;
5. Старшенко Валерий (г. Запорожье), Похвальная грамота.

В. Кривцун получил спецприз за лучшее решение теоретической задачи.

Руководители команды — заведующий лабораторией НИИ СиМО АПН СССР О. Ф. Кабардин и старший преподаватель МГУ Г. С. Тарасюк.

X МФО, ЧССР, 1977 г.

1. Шарипов Руслан (пос. Каракуль Бухарской обл. УзССР), Диплом I степени;
2. Ганопольский Андрей (г. Минск), Диплом II степени;
3. Решетов Владимир (Москва), Диплом II степени;
4. Третьяченко Константин (г. Киев), Диплом II степени;
5. Щукин Владимир (Ленинград), Диплом II степени.

А. Ганопольский получил спецприз за лучшее решение теоретической задачи.

Руководители команды — заведующий лабораторией НИИ СиМО АПН СССР О. Ф. Кабардин, инспектор Министерства просвещения СССР М. В. Грабиленков.

XI МФО, СССР, 1979 г.

1. Цыпин Максим (Москва), Диплом I степени;
2. Шпилькин Сергей (Москва), Диплом I степени;
3. Юшук Олег (г. Киев), Диплом I степени;
4. Ясонов Игорь (Москва), Диплом I степени;
5. Гордиенко Сергей (г. Смолевичи БССР), Диплом III степени.

И. Ясонов получил спецприз за лучшее решение теоретических задач, М. Цыпин — спецприз за лучшее решение экспериментальной задачи.

Руководители команды — научные сотрудники НИИ СиМО АПН СССР В. А. Орлов и С. И. Кабардина.

Председатель оргкомитета — председатель УМС при МП СССР В. В. Горелов, председатель Международной комиссии — профессор МФТИ С. П. Капица.

XII МФО, НРБ, 1981 г.

1. Гутин Александр (г. Клинцы Брянской обл.), Диплом I степени;
2. Деревянко Владислав (г. Киев), Диплом I степени;
3. Солодовников Илья (Москва), Диплом I степени;
4. Мушинский Андрей (г. Минск), Диплом II степени;
5. Шубенин Игорь (г. Рига), Диплом III степени.

А. Гутин получил два специальных приза за решение теоретических задач, А. Мушинский — спецприз за лучший эксперимент.

Руководители команды — заведующий лабораторией НИИ СиМО АПН СССР О. Ф. Кабардин, начальник естественнонаучного отдела УМС при МП СССР М. В. Грабиленков.

XIII МФО, ФРГ, 1982 г.

1. Макеев Борис (Москва), Диплом I степени;
2. Панасюк Александр (г. Одесса), Диплом I степени;
3. Цветков Павел (Москва), Диплом I степени;
4. Ухов Владимир (Ленинград), Диплом I степени;
5. Калда Яан (г. Таллин), Диплом II степени.

А. Панасюк получил спецприз за лучшее решение теоретической задачи.

Руководители команды — заведующий лабораторией НИИ СиМО АПН СССР О. Ф. Кабардин, начальник естест-

веннонаучного отдела УМС при МП СССР М. В. Грабиленков.

XIV МФО, СРР, 1983 г.

1. Алексеев Антон (Ленинград), Диплом I степени;
2. Гниловской Андрей (Ленинград), Диплом I степени;
3. Молчанов Владимир (г. Киев), Диплом I степени;
4. Дьячков Михаил (пос. Черноголовка Московской обл.), Диплом II степени;

5. Бирзвалкс Валдис (г. Рига), Диплом III степени.

За лучшее решение теоретических задач спецпризы получили: А. Алексеев (4-я задача), А. Гниловской (1-я задача), М. Дьячков (1-я и 3-я задачи).

В. Молчанов получил спецприз за лучшее решение экспериментальной задачи.

Руководители команды — заведующий лабораторией НИИ СиМО АПН СССР О. Ф. Кабардин, старший научный сотрудник НИИ СиМО АПН СССР В. А. Орлов.

XV МФО, Швеция, 1984 г.

1. Алексеев Антон (Ленинград), Диплом I степени;
 2. Дешковский Александр (г. Барановичи БССР), Диплом I степени;
 3. Орлов Сергей (Москва), Диплом I степени;
 4. Закревский Лев (г. Минск), Диплом II степени;
 5. Потеряйко Игорь (г. Киев), Диплом II степени.
- За оригинальное решение задачи спецприз получил А. Алексеев.

Руководители команды — заведующий лабораторией НИИ СиМО АПН СССР О. Ф. Кабардин, старший научный сотрудник НИИ СиМО АПН СССР В. А. Орлов.

XVI МФО, СФРЮ, 1985 г.

1. Барзыкин Виктор (пос. Черноголовка Московской обл.), Диплом I степени;
 2. Григорьев Георгий (г. Киев), Диплом I степени;
 3. Иваненко Тарас (г. Киев), Диплом I степени;
 4. Жестков Юрий (г. Алма-Ата), Диплом II степени;
 5. Черп Олег (г. Минск), Диплом III степени.
- За оригинальное решение задачи спецприз получил Т. Иваненко.

Руководители команды — заведующий лабораторией НИИ СиМО АПН СССР О. Ф. Кабардин, старший научный сотрудник НИИ СиМО АПН СССР В. А. Орлов.

I МЕЖДУНАРОДНАЯ ОЛИМПИАДА, 1967 г. (ПНР)

Теоретический тур

1. На подставке высотой $h=5$ м лежит шар массой $M=200$ г. Пуля массой $m=10$ г, летящая в горизонтальном направлении со скоростью $v=500$ м/с, пробивает шар точно по диаметру. а) На каком расстоянии L упадет на землю пуля, если шар падает на землю на расстоянии $l=20$ м от основания подставки? б) Какая часть α кинетической энергии пули переходит во внутреннюю энергию при пробивании пулей шара? Сопротивлением воздуха пренебречь.

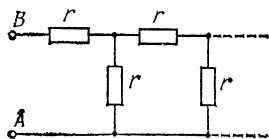


Рис. 1

2. Вычислите сопротивление между точками A и B бесконечной электрической цепи, показанной на рис. 1, если все сопротивления в этой цепи одинаковы и равны r .

3. Два одинаковых шара имеют одну и ту же температуру. Один из шаров находится на горизонтальной плоскости, другой подвешен на нити. Обоим шарам передают одинаковое количество теплоты. Процесс нагревания идет так быстро, что не происходит потерь теплоты на нагревание соседних предметов и окружающей среды. Одинаковы или различны будут температуры шаров после нагревания? Ответ обоснуйте.

4. В закрытом сосуде объемом $V=10$ л находится сухой воздух при следующих условиях: $P_0 \approx 10^5$ Па, $t_0=20^\circ\text{C}$. В сосуд наливают воду массой $m=3$ г и нагревают его до температуры $t=100^\circ\text{C}$. Каким станет давление в сосуде после нагревания? Тепловым расширением сосуда пренебречь.

Экспериментальный тур

5. Определите удельную теплоемкость керосина.

Оборудование: весы, дробь для градуировки, калориметр, термометр, источник тока, нагревательная спираль, стеклянный сосуд, вода, керосин, секундомер, соединительные провода, ключ. Удельную теплоемкость воды принять равной 4200 Дж/(кг·К).

II МЕЖДУНАРОДНАЯ ОЛИМПИАДА, 1968 г. (ВНР)

Теоретический тур

6. На наклонной плоскости с углом наклона $\alpha=30^\circ$ к горизонту находится сплошной однородный цилиндр, масса которого $m_1=8$ кг, а радиус $R=5$ см (рис. 2). К оси цилиндра с помощью нитки прикреплен куб массой $m_2=4$ кг, который также находится на плоскости. С каким ускорением a движутся оба тела? Коэффициент трения между кубом и наклонной плоскостью $\mu=0,6$. Трением качения и трением в оси пренебречь.

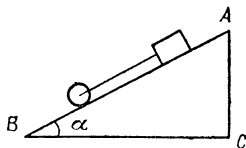


Рис. 2

7. В одном химическом сосуде находится $V_1=3 \cdot 10^{-4}$ м³ толуола при температуре $t_1=0^\circ\text{C}$, а в другом $V_2=1,1 \cdot 10^{-4}$ м³ толуола при температуре $t_2=100^\circ\text{C}$. Какой объем V займет толуол после смешивания, если его коэффициент объемного расширения $\alpha=0,001$ К⁻¹? Потерями теплоты пренебречь.

8. На плоскую поверхность стеклянного полуцилиндра падают световые лучи под углом $\alpha=45^\circ$. Лучи проходят в плоскости, перпендикулярной оси полуцилиндра. Из какой части боковой поверхности полуцилиндра будут выходить лучи света? Показатель преломления стекла $n=\sqrt{2}$.

Экспериментальный тур

9. В каждой из трех непрозрачных коробок имеется по одному из элементов электрической цепи — резистор, конденсатор, катушка. Не открывая коробок, установите, какой элемент находится в каждой из них, и определите его электрические параметры.

Оборудование: два универсальных измерительных прибора — авометра, источник переменного тока с частотой $\nu=50$ Гц и источник постоянного тока. Даны внутренние сопротивления измерительных приборов для отдельных диапазонов измерения. Погрешность приборов при измерениях в цепи постоянного тока составляет 2%, а в цепи переменного тока — 3%.

III МЕЖДУНАРОДНАЯ ОЛИМПИАДА, 1969 г. (ЧССР)

Теоретический тур

10. Система тел, представленная на рис. 3, образована тремя тележками A , B , C , массы которых соответственно равны $m_A=0,3$ кг, $m_B=0,2$ кг и $m_C=1,5$ кг. На тележку C действует такая горизонтальная сила F , что

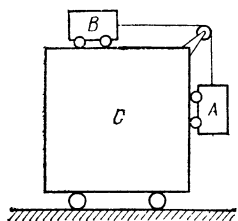


Рис. 3

тележки A и B находятся в состоянии покоя относительно тележки C .

1) Определите: а) силу натяжения нерастяжимой нити, соединяющей тележки A и B ; б) силу F .

2) Предположив, что тележка C неподвижна, найдите: а) ускорение тележек A и B ; б) силу натяжения нити.

Сопротивлением воздуха, трением, моментами инерции блока и колес, а также массой нити пренебречь.

11. Медный калориметр массой m_1 с водой массой m_2 имеет температуру T_1 . В калориметр кладут лед, масса которого m_3 и температура T_2 . а) Определите массу и температуру воды и льда после наступления состояния их теплового равновесия при произвольных значениях m_1 , m_2 , m_3 , T_1 , T_2 . Напишите уравнения теплового баланса системы. б) Определите температуру и массу воды и льда в состоянии теплового равновесия, если $m_1=1$ кг, $m_2=1$ кг, $m_3=2$ кг, $T_1=283$ К, $T_2=253$ К.

Потерями энергии пренебречь. Барометрическое давление считать нормальным. Удельная теплоемкость меди $c_1=0,39$ кДж/(кг·К), воды $c_2=4,2$ кДж/(кг·К), льда $c_3=2,1$ кДж/(кг·К), удельная теплота плавления льда $\lambda=330$ кДж/кг.

12. Шарик массой m , заряженный электрическим зарядом q , прикреплен к концу непроводящей нити. Другой ее конец прикреплен к самой высокой точке кольца радиусом

R , которое находится в вертикальной плоскости. На кольце, изготовленном из жесткой проволоки, равномерно распределен заряд Q того же знака, что и q . Определите длину l нити, при которой после отклонения шарик окажется на оси кольца, перпендикулярной к его плоскости.

Решите задачу сначала в общем виде, а затем для числовых значений $Q=q=9 \cdot 10^{-8}$ Кл, $R=5$ см, $m=1$ г, $\epsilon_0=8,9 \times 10^{-12}$ Ф/м. Толщиной проволоки кольца и массой нити пренебречь.

13. Над стеклянным отшлифованным кубиком, длина ребра которого 2 см, помещена стеклянная отшлифованная пластинка так, что в пространстве между ней и кубиком возникает тонкий воздушный слой. Если сверху осветить пластинку под прямым углом к ее поверхности излучением с длинами волн от 400 до 1150 нм, для которых пластинка прозрачна, то в отраженном свете выполняется условие максимума интенсивности только для двух длин волн: $\lambda_0=400$ нм и еще для одной длины волны. Определите эту длину волны. Вычислите, насколько нужно повысить температуру кубика, чтобы он прикоснулся к пластине. Коэффициент линейного расширения стекла $\alpha=8 \cdot 10^{-6}$ К $^{-1}$, показатель преломления воздуха $n=1$. Расстояние от основания кубика до пластинки во время нагревания не меняется.

Э к с п е р и м е н т а л ь н ы й т у р

14. Рассмотрите замкнутую цепь, состоящую из: а) двух последовательно включенных аккумуляторов, магазина сопротивлений и реохорда и б) последовательно включенных сухого элемента и гальванометра с защитным сопротивлением. Предложите и объясните такой способ подключения ветви б) к цепи а), который позволяет путем изменения положения движка реохорда добиться, чтобы сила тока в ветви была равна нулю.

Составьте цепь по предложенной схеме и путем измерений определите: 1) отношение напряжения на зажимах двух последовательно включенных аккумуляторов и э.д.с. сухого элемента (напряжения на зажимах обоих аккумуляторов считайте постоянными); 2) неизвестное сопротивление R_x .

Найдите, для какого сопротивления R магазина задача имеет решение.

О б о р у д о в а н и е: два железо-никелевых аккумулятора, один сухой элемент, реохорд (однородный провод неизвестного сопротивления R_x , натянутый вдоль миллимет-

ровой шкалы и снабженный скользящим контактом), магазин сопротивлений, гальванометр (нулевое значение находится посередине шкалы) и защитный резистор.

IV МЕЖДУНАРОДНАЯ ОЛИМПИАДА, 1970 г. (СССР)

Теоретический тур

15. Длинный брусок массы $M=1$ кг находится на гладкой горизонтальной поверхности стола, по которой он может передвигаться без трения. По верхней горизонтальной грани бруска может скользить каретка с мотором, масса которой $m=0,1$ кг. Коэффициент трения каретки $\mu=0,02$. Мотор с постоянной скоростью $v_0=0,1$ м/с наматывает на вал нить. Второй конец нити в одном случае привязан к достаточно удаленной неподвижной опоре (рис. 4, а), а в другом — к кольышку на краю бруска (рис. 4, б). Удерживая брусок неподвижным, дают возможность каретке начать двигаться со скоростью v_0 , после чего брусок

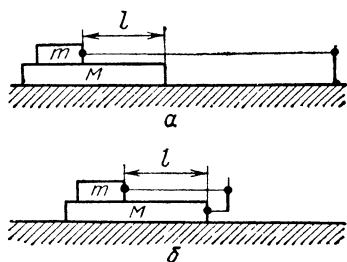


Рис. 4

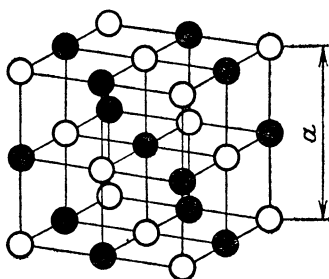


Рис. 5

отпускают. К моменту освобождения бруска передний край каретки находится на расстоянии $l=0,5$ м от переднего края бруска. Определите для обоих случаев законы движения бруска и каретки и время, в течение которого каретка достигнет переднего края бруска.

16. Элементарная ячейка кристалла хлорида натрия (поваренной соли — NaCl) представляет собой куб, длина ребра которого $a=5,6 \cdot 10^{-10}$ м (рис. 5). Черными кружками на рисунке обозначены положения атомов натрия, белыми — атомов хлора. Весь кристалл поваренной соли получается повторением таких элементарных ячеек. Относительная атомная масса натрия 23, хлора — 35,5. Плотность поваренной соли $\rho=2,22 \cdot 10^3$ кг/м³. Определите массу атома водорода.

17. Внутри тонкостенной металлической сферы радиуса $R=20$ см находится металлический шар радиуса $r=10$ см, имеющий общий центр со сферой. Шар через отверстие в сфере соединен с помощью очень длинного провода с Землей (рис. 6). На внешнюю сферу помещен заряд $Q=10^{-8}$ Кл.

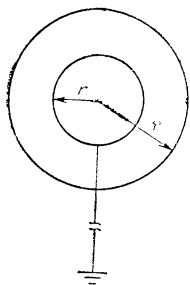


Рис. 6

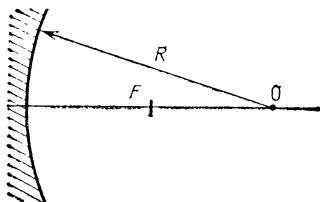


Рис. 7

Вычислите потенциал этой сферы, электрическую емкость полученной системы проводящих тел и начертите эквивалентную электрическую схему.

18. В телескопе установлено сферическое зеркало, поперечный диаметр которого равен $D=0,5$ м и радиус кривизны $R=2$ м. В главном фокусе зеркала (F) помещен приемник излучения в виде круглого диска. Диск расположен перпендикулярно оптической оси зеркала (рис. 7). Каким должен быть радиус r приемника, чтобы он мог принимать весь поток излучения, отраженного зеркалом? Во сколько раз уменьшится поток излучения, принимаемый приемником, если его размеры уменьшить в восемь раз?

У к а з а н и е. 1) При расчетах для малых значений α ($\alpha \ll 1$) можно производить замену $\sqrt{1-\alpha} \approx 1 - \frac{\alpha}{2}$; 2) дифракцию не учитывать.

Экспериментальный тур

19. Определите фокусные расстояния линз.

Оборудование: три различные линзы на стойках, экран с изображением геометрической фигуры, вертикальная проволока, также укрепленная на стойке, и измерительная лента.

Теоретический тур

20. Гладкий клин массой M , находящийся на идеально гладкой горизонтальной плоскости, имеет треугольное сечение с углами при основании α_1 и α_2 . На клине находятся два гладких груза с массами m_1 и m_2 , связанные между собой нерастяжимой нитью, которая перекинута через маленький блок, прикрепленный к вершине клина. Первоначально вся система покоится.

С каким ускорением a_0 будет скользить клин, если системе предоставить «самой себе»? Выразить ускорение грузов по отношению к клину через ускорение клина. При каком соотношении масс грузов m_1 и m_2 клин будет неподвижен, а грузы будут скользить по нему? Массами нити и блока пренебречь.

21. Стеклоанная трубка сечением $S=1 \text{ см}^2$, запаянная с одного конца, заполнена водородом и расположена вертикально так, что запаянный конец находится вверху, а открытый конец опущен в ванну со ртутью. Вся установка помещена в герметизированную камеру, заполненную воздухом, температура которого $T_0=273 \text{ К}$ и давление $P_0=1,334 \cdot 10^5 \text{ Па}$. Через некоторое время ртуть в трубке поднялась на высоту $h_0=0,7 \text{ м}$ над уровнем ртути в ванне.

Перемещением одной из стенок камеры давление воздуха изотермически понижается до $P_1=8 \cdot 10^4 \text{ Па}$, при этом высота ртутного столбика снижается до $h_1=0,4 \text{ м}$. Затем нагревают камеру при постоянном объеме до температуры T_2 , в результате чего высота ртутного столбика повышается до $h_2=0,5 \text{ м}$. После этого происходит изобарное расширение воздуха в камере, а высота ртутного столбика становится равной $h_3=0,45 \text{ м}$.

При условии, что данная система всегда находится в состоянии термодинамического равновесия, вычислить: массу m водорода, температуру T_2 , давление P водорода в конечном состоянии.

Плотность ртути при температуре T_0 равна $\rho_0=1,36 \times 10^4 \text{ кг/м}^3$, коэффициент объемного расширения ртути $\beta=1,84 \cdot 10^{-4} \text{ К}^{-1}$, газовая постоянная $R=8,31 \text{ Дж/(моль} \cdot \text{К)}$. Температурное расширение стекла и изменение уровня ртути в ванне не учитывать.

У к а з а н и е. Пусть ΔT — максимальная разность температур между состояниями системы. Так как $\beta \Delta T = x \ll 1$, то воспользуемся приближением $\frac{1}{1+x} \approx 1-x$.

22. Подсчитайте общую энергию W , накопленную от источников постоянного напряжения с э.д.с. $\mathcal{E}_1, \mathcal{E}_2, \mathcal{E}_3, \mathcal{E}_4$ в конденсаторах с емкостями C_1, C_2, C_3, C_4 , подключенных так, как показано на рис. 8. Все резисторы имеют одинаковое сопротивление. Внутренним сопротивлением источников пренебречь. Какой заряд q_2 будет иметь конденсатор C_2 , если точки H и B соединить накоротко? Вычисления произвести для следующих числовых данных: $\mathcal{E}_1=4$ В, $\mathcal{E}_2=8$ В, $\mathcal{E}_3=12$ В, $\mathcal{E}_4=16$ В, $C_1=C_2=C_3=C_4=1$ мкФ.

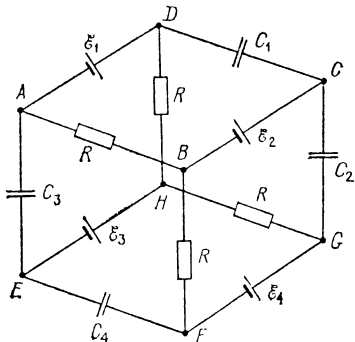


Рис. 8

23. Перед вертикально расположенным плоским зеркалом находится наполненный водой аквариум шарообразной формы из тонкого стекла. Радиус аквариума R , расстояние между его центром и зеркалом составляет $3R$. Наблюдатель, находящийся на большом расстоянии от аквариума и зеркала, смотрит по направлению, проходящему через центр аквариума, перпендикулярно зеркалу. В диаметрально противоположной от наблюдателя точке аквариума находится маленькая рыбка, которая начинает перемещаться вдоль стенки аквариума со скоростью v . С какой относительной скоростью $v_{отн}$ будут расходиться изображения рыбки, видимые наблюдателем? Показатель преломления воды $n=4/3$.

Экспериментальный тур

24. Соберите цепь по схеме, которая позволит получить график зависимости полезной мощности, развиваемой источником на реостате, от силы тока.

Используя данные из полученного графика:

- 1) найдите внутреннее сопротивление источника э.д.с.;
- 2) определите э.д.с. источника;
- 3) начертите график зависимости полезной мощности от внешнего сопротивления;
- 4) начертите график зависимости полной мощности от внешнего сопротивления;

5) начертите график зависимости коэффициента полезного действия данного источника от внешнего сопротивления.

Оборудование: источник постоянной э.д.с., амперметр, вольтметр, реостат и соединительные провода.

VI МЕЖДУНАРОДНАЯ ОЛИМПИАДА, 1972 г. (СРР)

Теоретический тур

25. Три цилиндра одинаковой массы, длины и внешнего радиуса положены на наклонную плоскость. В начальный момент они находятся в состоянии покоя. Коэффициент трения скольжения μ по наклонной плоскости задан и одинаков для всех цилиндров.

Первый цилиндр полый (в виде трубы), второй — однородный, а третий имеет такую же полость, как первый, но закрытую крышками пренебрежимо малой массы и заполненную жидкостью такой же плотности, как и стенки. Трением между жидкостью и стенками пренебречь.

Плотность вещества первого цилиндра в n раз больше плотности вещества второго или третьего цилиндров. Определите:

1) Линейные ускорения осей цилиндров в том случае, когда скольжение отсутствует. Сравните эти ускорения.

2) Каким должен быть угол наклона плоскости α , чтобы ни один цилиндр не скользил.

3) Взаимные отношения угловых ускорений в случае качения с проскальзыванием всех цилиндров. Сравните эти ускорения.

4) Силу взаимодействия между жидкостью и стенками при скольжении третьего цилиндра. Масса жидкости m известна.

26. Два цилиндра A и B одинаковых диаметров имеют свободно передвигающиеся поршни малой массы с общим стержнем. Стержень представляет собой короткую трубку, снабженную краном, который вначале закрыт. Цилиндр A вместе с поршнем теплоизолирован, а цилиндр B находится в термостате, имеющем температуру $t=27^\circ\text{C}$ (рис. 9).

Вначале поршень цилиндра A закреплен и внутри цилиндра находится $m=32$ кг аргона под давлением выше атмосферного. Цилиндр B объемом $V_B=5,54$ м³ содержит некоторое количество кислорода.

После освобождения поршень цилиндра A движется достаточно медленно (квазистатически). В состоянии равно-

бесия объем аргона увеличился в 8 раз, а плотность кислорода в цилиндре B увеличилась в 2 раза. Известно количество теплоты $Q=747,9 \cdot 10^4$ Дж, переданное термостату. Молярная масса аргона $M=40 \cdot 10^{-3}$ кг/моль.

1) Докажите на основании кинетической теории газов, учитывая упругие столкновения молекул с поршнем, что процесс в цилиндре A описывается уравнением $TV^{2/3} = \text{const}$.

2) Определите параметры P , V , T аргона в начальном и конечном состояниях.

3) Вычислите конечное давление смеси газов, получающейся после открытия крана, соединяющего два цилиндра.

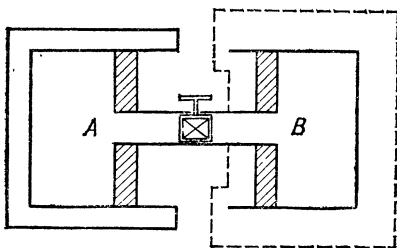


Рис. 9

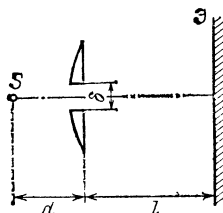


Рис. 10

27. Плоский заряженный конденсатор с прямоугольными пластинами установлен в вертикальном положении так, что его пластины соприкасаются с диэлектрической жидкостью. Расстояние между пластинами гораздо меньше линейных размеров пластин. Известны: напряженность начального электрического поля E заряженного конденсатора, плотность ρ и диэлектрическая проницаемость ϵ жидкости, высота пластин конденсатора H .

Определите высоту поднятия жидкости между пластинами и объясните это явление. Капиллярностью пренебречь.

28. Тонкая плосковыпуклая линза диаметром $2r$, радиусом кривизны R , с показателем преломления n_0 установлена в таком положении, что слева находится воздух ($n_1=1$), а справа — прозрачная среда с показателем преломления $n_2 \neq 1$ (выпуклая сторона обращена к воздуху). В воздухе на расстоянии d от линзы на главной оптической оси установлен точечный источник монохроматического света.

1) Докажите приведенное ниже соотношение между положением изображения, отстоящего на расстоянии f от линзы, и положением источника d в приближении параксиаль-

ных пучков:

$$\frac{F_1}{d} + \frac{F_2}{f} = 1,$$

где F_1 и F_2 — фокусные расстояния линзы в воздухе и при одностороннем контакте со средой с показателем преломления n_2 соответственно.

2) Линзу разрезают перпендикулярно плоской грани на две равные части, которые затем раздвигают на расстояние $\delta \ll r$ (билинза Бийе). На оси симметрии этой системы на расстоянии d ($d > F_1$) от линзы (см. рис. 10) установлен точечный источник света S . Справа от системы на экране \mathcal{E} , установленном параллельно линзе на расстоянии l , образуется N интерференционных полос, если справа тоже находится воздух.

Определите число интерференционных полос N в зависимости от длины волны λ .

У к а з а н и е. Все показатели преломления являются абсолютными.

Э к с п е р и м е н т а л ь н ы й т у р

29. Определите экспериментально с теоретическим обоснованием:

- 1) относительную плотность вещества тел (относительно воды);
- 2) радиус цилиндрической полости;
- 3) расстояние между осями полости и цилиндрического тела.

Укажите источники погрешностей измерений и оцените, какие из них оказывают наиболее существенное влияние на конечные результаты.

Попробуйте определить погрешности (например, среднеквадратические) количественно.

Опишите все найденные варианты решения задачи с использованием только имеющихся у вас средств.

О б о р у д о в а н и е: два цилиндрических тела (одинаковые по внешнему виду и геометрической форме), изготовленные из одного и того же вещества, но одно тело однородно, а другое имеет внутреннюю полость со следующими характеристиками: форма полости — цилиндрическая; ось полости параллельна оси тела; длина полости практически равна длине тела, линейка с делениями, деревянный брусок и сосуд с водой.

Теоретический тур

30. С неподвижным атомом водорода, находящимся в основном энергетическом состоянии, сталкивается такой же атом водорода, движущийся со скоростью v . Пользуясь моделью Бора и зная, что энергия ионизации атома водорода составляет $E_{\text{и}}$, а масса атома равна m , определить предельную скорость v_0 , ниже которой столкновения атомов являются упругими.

После достижения скорости v_0 столкновения между атомами могут стать неупругими, что вызывает излучение. Определите процентное отношение разности частот излучений, наблюдаемых в направлении, совпадающем с направлением начальной скорости налетающего атома, и в противоположном направлении, к среднему арифметическому этих частот. $E_{\text{и}} = 13,6 \text{ эВ} = 2,18 \cdot 10^{-18} \text{ Дж}$; $m = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$.

31. На плоскопараллельную пластинку (рис. 11) в точке A с координатой $x=0$ перпендикулярно к пластинке падает узкий пучок света. Показатель преломления вещества пластинки меняется по формуле $n_x = \frac{n_0}{1-x/R}$, где n_0 и R — постоянные величины. Пучок покидает пластинку в точке B под углом α к начальному направлению.

1) Определите показатель преломления n_B в точке B , в которой пучок покидает пластинку.

2) Определите координату x_B точки B .

3) Определите толщину пластинки d .

Принять $n_0 = 1,2$, $R = 13 \text{ см}$, $\alpha = 30^\circ$.

32. Научная экспедиция, находящаяся на необитаемом острове, исчерпала все свои источники энергии. На этом острове нет ветров, не текут ручьи, небо покрыто толстым слоем туч, атмосферное давление — постоянное, а температура воздуха и воды в омывающем остров необыкновенно спокойном океане днем и ночью одинакова. На острове был обнаружен источник химически нейтрального газа, выделяющегося с постоянной скоростью из одной пещеры. Газ выделяется при атмосферном давлении и температуре окружающей среды. Члены экспедиции располагают двумя полупроницаемыми пленками, из которых одна свободно

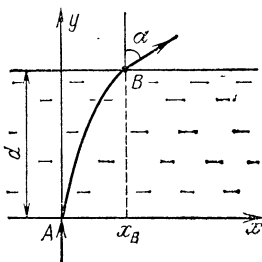


Рис. 11

пропускает обнаруженный газ, являясь одновременно полностью непроницаемой для воздуха, вторая пленка, наоборот, пропускает воздух, но не пропускает газ. Кроме того, экспедиция имеет возможность конструировать простые механические устройства, например, в виде цилиндров с поршнем и клапанами, и члены экспедиции решили построить двигатель.

Докажите, что можно построить такой идеальный двигатель, работающий на этом газе, и что теоретически мощность этого двигателя не будет ограничена.

Э к с п е р и м е н т а л ь н ы й т у р

33. В закрытой коробке («черном ящике») находятся два одинаковых полупроводниковых диода и резистор, соединенные в неизвестную электрическую цепь с двумя выводами. Определите сопротивление резистора.

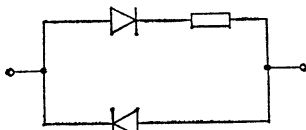


Рис. 12

О б о р у д о в а н и е: «черный ящик», два универсальных измерительных прибора для измерения силы тока и напряжения, батарея аккумуляторов, реостат, провода, миллиметровая бумага.

П р и м е ч а н и е. В коробке находилась электрическая цепь, схема которой показана на рис. 12.

VIII МЕЖДУНАРОДНАЯ ОЛИМПИАДА, 1975 г. (ГДР)

Т е о р е т и ч е с к и й т у р

34. Стержень закреплен под углом $\frac{\pi}{2} - \alpha$ по отношению к вертикальной оси OO' (рис. 13). Конструкция может вращаться вокруг этой оси с угловой скоростью ω . На стержне находится подвижное тело массой m . Движение тела по стержню происходит с трением. Коэффициент трения покоя μ .

а) Для каких значений угла α тело находится в покое и для каких значений α тело движется при $\omega=0$?

б) Определите условия, при которых тело находится в покое, если конструкция вращается с постоянной скоростью ω . При вращении угол α не меняется.

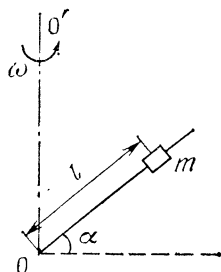


Рис. 13

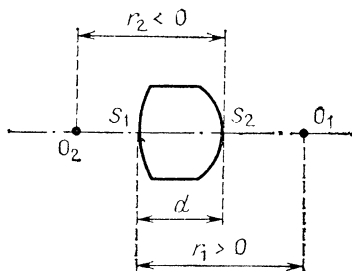


Рис. 14

35. Для толстой стеклянной линзы с радиусами кривизны r_1 и r_2 и толщиной d (рис. 14), находящейся в воздухе, фокусное расстояние F определяется следующим выражением:

$$F = \frac{nr_1r_2}{(n-1)[n(r_2-r_1)+d(n-1)]},$$

где n — показатель преломления (воздух — стекло).

У к а з а н и е. $r_i > 0$ означает, что центр кривизны O_i лежит с правой стороны от точки S_i ; $r_i < 0$ означает, что центр кривизны O_i лежит с левой стороны от точки S_i ($i = 1, 2$).

Для определенных целей желательно, чтобы фокусное расстояние не зависело от длины волны света λ .

а) Для скольких различных длин волн можно добиться одного и того же значения фокусного расстояния?

б) Найдите соотношение между r_i , d и показателями преломления, при котором фокусное расстояние линзы не зависит от длины волны света (см. предыдущий вопрос), и обсудите это соотношение. Нарисуйте возможные формы линзы. Укажите положения центров кривизны O_1 и O_2 .

в) Покажите, что для плосковыпуклой линзы определенное фокусное расстояние можно получить только для одной длины волны света.

г) Укажите еще случаи, когда при определенных параметрах толстой линзы можно реализовать заданное фокусное расстояние только для одной длины волны.

36. Из точки Q в одной плоскости испускается пучок положительных однозарядных ионов (заряд $+e$) одинаковой и постоянной массы m . Ионы, ускоренные напряже-

нием U , отклоняются однородным магнитным полем, которое направлено перпендикулярно к плоскости распространения ионов. Индукция магнитного поля равна B . Границы магнитного поля должны быть такими, чтобы пучок ионов сходился в одной точке A ($QA=2a$). Траектории ионов должны быть симметричными относительно линии, перпендикулярной к отрезку QA и проходящей через его середину. Из возможных границ магнитного поля следует выбрать такие, которые находились бы в окрестностях линии, перпендикулярной к середине отрезка QA , но не захватывали точек Q и A . Область должна быть односвязной, т. е. без дыр и разрывов.

а) Выразите радиус кривизны R траекторий частиц в магнитном поле как функцию напряжения U и индукции B .

б) Укажите характерные свойства траекторий частиц в описанной установке.

в) Найдите границы магнитного поля путем геометрического построения для случаев: $R < a$, $R = a$ и $R > a$.

г) Найдите математическое выражение для границы магнитного поля.

Экспериментальный тур

37. а) Соберите электрическую цепь и проведите необходимые измерения для построения вольтамперной характеристики полупроводникового прибора в границах, определяемых максимально допустимой мощностью 250 мВт. Запишите результаты измерений в таблицу и нарисуйте

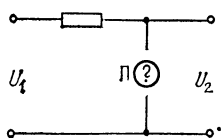


Рис. 15

вольтамперную характеристику. Перед началом измерений подумайте о том, как можно надежно предотвратить перегрузку полупроводникового прибора, и запишите ваши рассуждения в отчете. Начертите схему электрической цепи для проведения измерений и проанализируйте систематические погрешности, которые возникают при использовании выбранной вами схемы.

б) Рассчитайте внутренние сопротивления (динамические сопротивления) полупроводникового прибора при силе тока 25 мА.

в) Используя схему, показанную на рис. 15, исследуйте зависимость выходного напряжения U_2 от входного напряжения U_1 и результат представьте в виде таблицы и графика. Входное напряжение U_1 следует изменять в пределах

от 0 до 9 В. При этом полупроводниковый прибор следует включить в цепь так, чтобы U_2 было по возможности больше. Нарисуйте полную схему соединения приборов и обсудите в отчете результаты измерений.

г) Укажите, насколько изменится выходное напряжение U_2 , если входное напряжение U_1 увеличить от 7 до 9 В. Объясните качественно отношение $\Delta U_1 / \Delta U_2$.

д) К какому типу полупроводниковых приборов относится прибор, используемый в эксперименте? Приведите пример практического применения схемы, указанной на рис. 15.

Оборудование: полупроводниковый прибор, реостат (140 Ом), постоянный резистор (300 Ом), источник напряжения (0—9 В), два универсальных электроизмерительных прибора (без омметра), соединительные провода.

Примечание. Полупроводниковый прибор в этой работе — стабилитрон.

IX МЕЖДУНАРОДНАЯ ОЛИМПИАДА, 1976 г. (ВНР)

Теоретический тур

38. Сфера радиуса $R=0,5$ м вращается вокруг своего вертикального диаметра с постоянной угловой скоростью $\omega=5$ рад/с (рис. 16). Вместе со сферой на ее внутренней поверхности вращается небольшое тело, находящееся на высоте, равной половине радиуса.

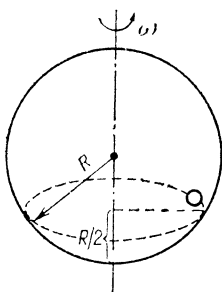


Рис. 16

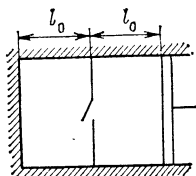


Рис. 17

1) Определите минимальное значение коэффициента трения, при котором это состояние возможно.

2) Найти минимальное значение коэффициента трения, если угловая скорость сферы равна $\omega=8$ рад/с.

3) Исследуйте устойчивость состояний при найденных

значениях коэффициента трения при: а) малых изменениях угловой скорости сферы; б) малых изменениях положения тела.

39. Стенки цилиндра, поршень и внутренняя перегородка площадью 1 дм^2 изготовлены из теплоизоляционного материала (рис. 17). Клапан в перегородке открывается в том случае, если давление справа больше давления слева. В начальном состоянии в левой части цилиндра длиной $l_0 = 11,2 \text{ дм}$ находится 12 г гелия, в правой части, имеющей ту же длину, — 2 г гелия, с обеих сторон температура газа равна 0°С . Внешнее давление 10^5 Па . Удельная теплоемкость гелия при постоянном объеме $c_V = 3,15 \cdot 10^3 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$, а при постоянном давлении $c_p = 5,25 \cdot 10^3 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$.

Медленно передвигаем поршень по направлению к перегородке (с небольшой остановкой в момент открытия клапана) и осторожно доводим поршень до перегородки. Чему равна произведенная нами работа?

40. В стеклянном шаре имеется воздушный сферический пузырек. Найдите способы измерения диаметра этого пузырька. Шар должен остаться целым. Способы должны быть описаны как можно подробнее.

Э к с п е р и м е н т а л ь н ы й т у р

41. Исследуйте тепловые свойства материала X в интервале температур от комнатной до 80°С и определите его характерные тепловые константы. Результаты измерения представьте в виде таблиц и графиков.

О б о р у д о в а н и е: часы, термометр, нагревательный элемент на 12 В , две пробирки — с жидкостью, удельная теплоемкость которой $c_0 = 2,1 \text{ кДж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$, и кристаллическим материалом X с неизвестными тепловыми свойствами. Количество жидкости в пробирках и масса кристалла X известны. Материал X в жидкости не растворяется.

П р и м е ч а н и е. В качестве жидкости был использован керосин, а кристаллического материала — нафталин.

Х МЕЖДУНАРОДНАЯ ОЛИМПИАДА, 1977 г. (ЧССР)

Т е о р е т и ч е с к и й т у р

42. Отношение ε максимального и минимального объемов цилиндра четырехтактного двигателя равно $9,5$. PV -диаграмма работы двигателя показана на рис. 18. В двигатель поступает наружный воздух при температуре

$t_1 = 27^\circ\text{C}$ и давлении $P_1 = 10^5$ Па. В момент зажигания горючей смеси давление в цилиндре возрастает в два раза.

а) Какие процессы происходят с газом между точками $0-1$, $2-3$, $4-1$ и $1-0$? Процессы $1-2$ и $3-4$ — адиабатические ($\gamma = 1,4$).

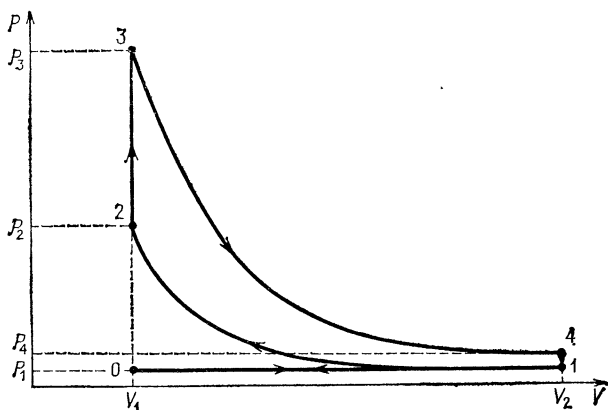


Рис. 18

б) Определите параметры P и T газа в точках 1, 2, 3 и 4.

в) Вычислите к.п.д. цикла теплового двигателя.

г) Оцените реальность полученных результатов.

43. Прямоугольная проволочная рамка с размерами сторон $a = 0,020$ м и $b = 0,30$ м погружается в мыльную воду, благодаря чему на ней образуется мыльная пленка. При наблюдении в отраженном свете, угол падения которого $\alpha = 30^\circ$, пленка кажется зеленой ($\lambda_0 = 500$ нм).

1) Можно ли найти массу этой пленки с помощью весов, чувствительность которых $0,1$ мг? Плотность мыльного раствора $\rho = 10^3$ кг/м³, показатель преломления пленки $n = 1,33$.

2) Какого цвета будет казаться самая тонкая из пленок, удовлетворяющих условию задачи, если свет будет падать на нее и затем отражаться перпендикулярно пленке?

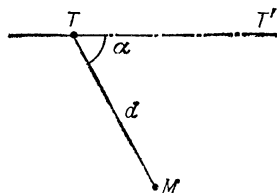


Рис. 19

44. Электроны ускоряются в электронной пушке электрическим полем, проходя отрезок пути, напряжение на концах которого $U = 10^3$ В. Вылетев из пушки в точке T , электроны движутся затем по прямой TT' (рис. 19). В точке

M на расстоянии $d=5,0$ см от точки T находится мишень, причем прямая TM образует угол $\alpha=60^\circ$ с прямой TT' .

1) Какой должна быть индукция \mathbf{B} однородного магнитного поля, перпендикулярного плоскости рисунка, чтобы электроны, вылетевшие из пушки, попадали в мишень?

2) Какой должна быть индукция \mathbf{B}_1 однородного магнитного поля, параллельного прямой TM , чтобы электроны попадали в мишень?

Считать, что модули векторов индукции \mathbf{B} и \mathbf{B}_1 не превышают $0,03$ Тл.

Экспериментальный тур

45. Раскройте тайну «черного ящика» с тремя контактными гнездами A , B и C . Внутри ящика находятся два конденсатора и один резистор, включенные звездой (рис. 20).

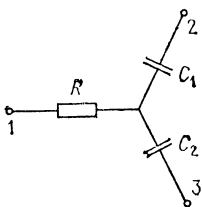


Рис. 20

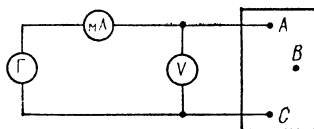


Рис. 21

1) Соберите цепь по схеме рис. 21, состоящую из генератора гармонических колебаний (G), приборов для измерения силы тока и напряжения и «черного ящика» ABC . Проведите необходимые измерения и по полученным данным рассчитайте полное сопротивление (импеданс) Z_{AB} , Z_{AC} , Z_{BC} в интервале частот от $0,1$ до 10 кГц.

2) На логарифмической бумаге постройте график зависимости импеданса от частоты.

3) Докажите теоретически, что по значениям импеданса при данных частотах можно определить сопротивление резистора R и емкости конденсаторов C_1 и C_2 .

4) На основании полученных результатов определите, к какому гнезду подключен резистор, а к каким — конденсаторы.

5) Вычислите сопротивление R и емкости C_1 и C_2 . При этом воспользуйтесь значениями импеданса, соответствующими частотам 1 кГц и 10 кГц.

6) Укажите, какое влияние на точность измерения имеет пренебрежение током, протекающим через вольтметр.

Оборудование: генератор гармонических колебаний, два измерительных прибора — амперметр и вольтметр переменного тока, «черный ящик».

XI МЕЖДУНАРОДНАЯ ОЛИМПИАДА, 1979 г. (СССР)

Теоретический тур

46. Космический корабль массы $M=12$ т движется вокруг Луны по круговой орбите на высоте $h=100$ км. Для перехода на орбиту прилунения на короткое время включается двигатель. Скорость вылетающих из сопла ракеты газов $u=10^4$ м/с. Радиус Луны $R_{\text{Л}}=1,7 \cdot 10^3$ км, ускорение свободного падения у поверхности Луны $g_{\text{Л}}=1,7$ м/с².

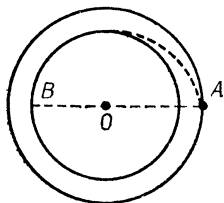


Рис. 22

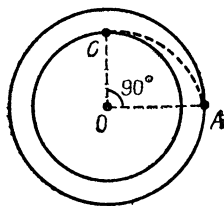


Рис. 23

1) Какое количество топлива необходимо израсходовать для того, чтобы при включении тормозного двигателя в точке A траектории корабль опустился на Луну в точке B (рис. 22)?

2) Во втором варианте прилунения кораблю в точке A сообщается импульс в направлении на центр Луны, чтобы перевести корабль на орбиту, касающуюся Луны в точке C (рис. 23). Какое количество топлива необходимо израсходовать в этом случае?

47. Деталь, изготовленная из алюминия, взвешивается на аналитических весах с помощью латунных гирь. Один раз взвешивание производится в сухом воздухе, второй раз — во влажном при давлении паров воды $P_{\text{в}}=2 \cdot 10^3$ Па. Общее атмосферное давление ($P=10^5$ Па) и температура ($t=20^\circ\text{C}$) в обоих случаях одинаковы.

При какой массе детали можно заметить разницу в показаниях весов, если их чувствительность $m_0=0,1$ мг?

Плотность алюминия $\rho_1=2700$ кг/м³, латуни — $\rho_2=8500$ кг/м³.

48. В советско-французском эксперименте по оптической локации Луны импульсное излучение рубинового лазера на длине волны $\lambda=0,69$ мкм направлялось с помощью телескопа, имеющего диаметр зеркала $D=2,6$ м, на лунную поверхность. На Луне был установлен отражатель, который работал как идеальное зеркало диаметром $d=20$ см, отражающее свет точно в обратном направлении. Отраженный свет улавливался тем же телескопом и фокусировался на фотоприемник.

1) С какой точностью должна быть установлена оптическая ось телескопа в этом эксперименте?

2) Пренебрегая потерями света в атмосфере Земли и в телескопе, оцените, какая доля световой энергии лазера будет после отражения от Луны зарегистрирована фотоприемником.

3) Можно ли отраженный световой импульс увидеть невооруженным глазом, если пороговую чувствительность глаза принять равной $n=100$ световых квантов, а энергию, излучаемую лазером в течение импульса, равной $E=1$ Дж.

4) Оцените выигрыш, который дает применение отражателя. Считать, что поверхность Луны рассеивает $\alpha=10\%$ падающего света равномерно в телесный угол 2π ср.

Расстояние от Земли до Луны $L=380$ тыс. км. Диаметр зрачка глаза принять равным $d_{\text{зр}}=5$ мм. Постоянная Планка $h=6,6 \cdot 10^{-34}$ Дж·с.

Э к с п е р и м е н т а л ь н ы й т у р

49. Найдите схему электрической цепи «черного ящика» и определите параметры ее элементов.

О б о р у д о в а н и е: источник постоянного тока с напряжением 4,5 В, источник переменного тока с частотой 50 Гц и напряжением на выходе до 30 В, два универсальных прибора для измерения силы тока и напряжения на постоянном и переменном токах, переменный резистор, соединительные провода.

П р и м е ч а н и е. В «черном ящике» был вмонтирован трансформатор.

Х II М Е Ж Д У Н А Р О Д Н А Я О Л И М П И А Д А , 1981 г. (НРБ)

Т е о р е т и ч е с к и й т у р

50. Пробирка массой M находится в вакууме. Перегородка массой m и пренебрежимо малой толщины разделяет объем пробирки на две равные части. В закрытой части пробирки содержится n молей одноатомного газа с

молярной массой M_0 при температуре T . Перегородка освобождается и, двигаясь без трения, вылетает из пробирки. Затем вытекает из нее и газ. Какова будет конечная скорость пробирки, если в момент начала движения перегородки пробирка была неподвижна?

Газовая постоянная R известна. Импульсом газа до вылета перегородки, а также теплообменом между газом, с одной стороны, и пробиркой с перегородкой — с другой, можно пренебречь. Изменением температуры газа после вылета перегородки пренебречь, земное притяжение не учитывать.

51. Электрическая лампа сопротивлением $R_0=2$ Ом при номинальном напряжении $U_0=4,5$ В питается током от аккумулятора с э.д.с. $\mathcal{E}=6$ В, внутренним сопротивлением которого можно пренебречь.

1) Пусть номинальное напряжение подается на лампу через реостат, включенный как потенциометр. Каково должно быть сопротивление R реостата и на какой максимальный ток I_{\max} он должен быть рассчитан, чтобы к.п.д. системы был не меньше $\eta_0=0,6$?

2) Чему равен максимально возможный к.п.д. цепи «лампа — аккумулятор» при номинальном напряжении на лампе и каким образом их надо соединить через реостат, чтобы достичь максимального к.п.д.?

52. Приемник радиоволн радиоастрономической обсерватории расположен на берегу моря на высоте $h=2$ м над уровнем моря. При восходе радиозвезды, излучающей электромагнитные волны длиной волны $\lambda=21$ см, над горизонтом приемник регистрирует чередующиеся максимумы и минимумы. Регистрируемый сигнал прямо пропорционален интенсивности попадающих в приемник электромагнитных волн, электрический вектор которых колеблется в направлении, параллельном водной поверхности.

1) Определите высоты звезды над горизонтом, измеренные в углах по небесной сфере, при которых регистрируются максимумы и минимумы (в общем виде).

2) Будет ли сигнал в приемнике возрастать или уменьшаться непосредственно после восхода радиозвезды?

3) Найдите отношение сигналов в первом максимуме и следующем за ним минимуме. При отражении электромагнитной волны от воды отношение амплитуд напряженностей электрического поля отраженной (E_r) и падающей (E_i) волн описывается законом:

$$\frac{E_r}{E_i} = \frac{n - \cos \varphi}{n + \cos \varphi},$$

где n — показатель преломления, а φ — угол падения электромагнитной волны. Для границы «воздух — вода» при $\lambda = 21$ см $n = 9$.

4) Будет ли возрастать или уменьшаться отношение интенсивностей сигналов, принимаемых в соседних максимумах и минимумах, с восхождением звезды над горизонтом?

У к а з а н и е. При решении задачи считать морскую поверхность гладкой.

Э к с п е р и м е н т а л ь н ы й т у р

53. Проведите следующие исследования.

1) Нагрузите последовательно резиновый шнур грузами массой от 15 до 105 г. Занесите в таблицу результаты измерений и изобразите графически в подходящем масштабе экспериментально полученную зависимость удлинения Δl от силы натяжения F .

2) Используя результаты измерений, проведенных в п. 1), вычислите и составьте таблицу значений объема шнура при нагрузках от 35 до 95 г. Вычисления выполняйте последовательно для каждого двух соседних значений нагрузки из указанного интервала. Запишите формулы, которыми вы пользовались при вычислениях. Выразите аналитически ваше предположение о зависимости объема от нагрузки.

Примите значение модуля Юнга постоянным и равным табличному: $E = 2 \cdot 10^6$ Па. При обсуждении результатов следует иметь в виду, что для указанных нагрузок закон Гука $\Delta l/l = F/ES$ для резины выполняется приблизительно, поэтому отклонения от него могут достигать до 10%.

3) Определите объем резинового шнура, используя секундомер и положив на чашку весов груз массой 60 г. Укажите использованные при расчетах формулы.

О б о р у д о в а н и е: упругий резиновый шнур, вертикально подвешенный на штативе (начальная длина шнура $l_0 = 150$ мм, масса чашки весов 5 г), набор грузов массой от 10 до 100 г, секундомер, измерительная линейка, лекало и миллиметровая бумага.

У к а з а н и я. Ускорение свободного падения принять равным 10 м/с². Массой шнура пренебречь.

ХІІІ МЕЖДУНАРОДНАЯ ОЛИМПИАДА, 1982 г. (ФРГ)

Т е о р е т и ч е с к и й т у р

54. Дана люминесцентная лампа, включенная по схеме рис. 24, частота приложенного переменного напряжения составляет 50 Гц. Измеряются следующие вели-

чины: общее напряжение (сетевое напряжение) $U=228,5$ В, сила тока $I=0,60$ А. Напряжение на люминесцентной лампе $U'=84$ В, омическое сопротивление балластного дросселя $R_d=26,3$ Ом. Люминесцентная лампа должна рассматриваться как омическое сопротивление.

а) Какой индуктивностью L обладает дроссель?

б) Определить значение сдвига фазы φ между напряжением и током.

в) Какая активная мощность P выделяется в цепи?

г) Дроссель, кроме ограничения тока, имеет еще одну важную функцию. Назовите и объясните ее.

У к а з а н и е. Стартер S имеет контакт, который вскоре после включения замыкается, затем открывается и остается открытым.

д) Нарисуйте кривую зависимости испущенного лампой светового потока от времени (с количественной шкалой по оси времени).

е) Почему лампа горит все время, хотя приложенное переменное напряжение через определенные промежутки времени проходит через нуль?

ж) У люминесцентных ламп описанного типа может быть последовательно к дросселю подключен конденсатор емкостью приблизительно $4,7$ мкФ. Как действует это на работу лампы и для какой цели предусмотрена эта возможность?

з) Пронаблюдайте обе половины установленной демонстрационной лампы с помощью спектроскопа. Объясните различие обоих спектров.

55. Дана проволоочная вешалка, которая качается с маленькой амплитудой в плоскости чертежа относительно заданных положений равновесия (рис. 25). В положениях a и

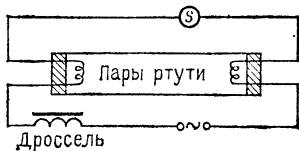


Рис. 24

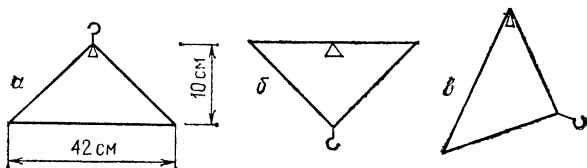


Рис. 25

$б$ длинная сторона расположена горизонтально. Две другие стороны равны между собой. Во всех трех случаях

(α — ϵ) возникают колебания с одинаковыми периодами. Где лежит центр масс и каков период колебаний?

Из эскизов не могут быть сняты другие данные, кроме размеров. В частности, распределение массы вешалки в деталях нам неизвестно.

56. Дан воздушный шар с постоянным объемом $V = 1,10 \text{ м}^3$. Масса оболочки (объемом оболочки пренебречь) составляет $m_0 = 0,187 \text{ кг}$. Шар должен стартовать при окружающей температуре воздуха $t_1 = 20^\circ\text{C}$ и нормальном атмосферном давлении $P_0 = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Па}$. Плотность воздуха при этих условиях имеет следующее значение: $\rho_1 = 1,2 \text{ кг/м}^3$.

а) Вычислите температуру t_2 , которую должен иметь нагретый воздух внутри шара, чтобы он мог свободно парить в воздухе.

б) Воздух внутри привязанного на тросе шара нагревается до постоянной температуры $t_3 = 110^\circ\text{C}$. Вычислите силу, действующую на трос.

в) Примем, что отверстие снизу шара завязано (плотность воздуха в нем остается тогда постоянной). Шар поднимается с постоянной температурой внутреннего воздуха $t_3 = 110^\circ\text{C}$ в изотермической атмосфере при 20°C и давлении на уровне Земли $P_0 = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Па}$. Какой высоты h достигнет шар при этих условиях?

г) Шар, находящийся на высоте h (вопрос в)), смещается на высоту, приблизительно равную $\Delta h = 10 \text{ м}$, из положения равновесия и затем отпускается. Опишите качественно, как он движется.

Экспериментальный тур

57. 1) Определите фокусное расстояние линзы с максимальной погрешностью $\pm 1\%$.

2) Определите показатель преломления стекла, из которого изготовлена линза. Показатель преломления воды $n_{\text{в}} = 1,33$.

Для фокусного расстояния F тонкой линзы, находящейся в воздухе:

$$\frac{1}{F} = (n - 1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right),$$

где n — показатель преломления стекла, из которого изготовлена линза, r_1 и r_2 — радиусы кривизны обеих преломляющих поверхностей.

Для симметричной двояковыпуклой линзы $r_1 = -r_2 = r$, для симметричной двояковогнутой линзы $r_1 = -r_2 = -r$.

Оборудование: симметричная двояковыпуклая линза, плоское зеркало, вода, линейка, карандаш и штатив с муфтой.

58. Движение катящегося цилиндра складывается из вращательного движения вокруг оси и горизонтального поступательного движения. В этом опыте определяются только ускорение поступательного движения и вызывающие его силы.

К цилиндру радиусом R и массой M , который лежит на горизонтальной поверхности, приложена сила на расстоянии r_i ($i=1, \dots, 6$) от оси цилиндра (см. рис. 26). После освобождения цилиндр катится с постоянным ускорением.

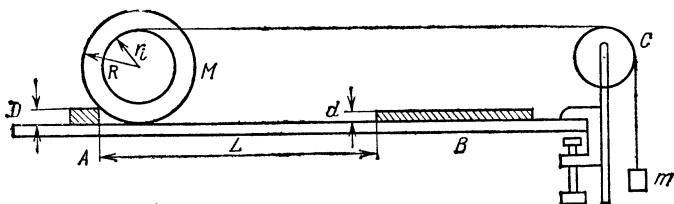


Рис. 26

Перед началом опыта установите плоскую поверхность горизонтально подкладыванием листов картона. Для данного опыта достаточно горизонтальное положение с погрешностью ± 1 мм на 1 м длины.

а) Определите экспериментально линейные ускорения a_i оси цилиндра для различных расстояний r_i ($i=1, \dots, 6$).

б) Рассчитайте с помощью найденных значений ускорений a_i горизонтальные силы реакций F_i , действующие между цилиндром и горизонтальной поверхностью.

в) Изобразите зависимость F_i от r_i графически. Обсудите полученные результаты.

г) Какие последствия имело бы не горизонтальное положение поверхности, по которой катится цилиндр?

д) Опишите определение вспомогательных величин и другую возможную дополнительную настройку. Укажите, насколько они влияют на результаты.

Даны следующие значения:

$R=5,00$ см,
 $M=3,275$ кг,
 $m=2 \times 50,0$ г,
 $D=1,50$ см,
 $d=0,10$ мм,

$r_1=0,75$ см,
 $r_2=1,50$ см,
 $r_3=2,25$ см,
 $r_4=3,00$ см,
 $r_5=3,75$ см,
 $r_6=4,50$ см.

Трением и массой ролика при расчете пренебречь. Тросики с узлом на конце вдеваются в шлицы на цилиндре. Они должны быть введены в отверстия как можно глубже. Для этого используется обычная канцелярская скрепка. Длина измеряется линейкой, время — электронным секундомером.

ХIV МЕЖДУНАРОДНАЯ ОЛИМПИАДА, 1983 г. (СРР)

Т е о р е т и ч е с к и й т у р

59. Частица движется вдоль положительной полуоси Ox под действием силы F , проекция F_x которой на ось Ox представлена на рис. 27 ($F_z = F_y = 0$).

Одновременно на частицу действует сила трения, модуль которой равен $F_{тр} = 1,00$ Н. В начале координат установлена идеально отражающая стенка, перпендикулярная оси Ox . Частица стартует из точки $x_0 = 1,00$ м с кинетической энергией $E_k = 10,0$ Дж.

1) Определите путь, пройденный частицей до ее полной остановки.

2) Представьте графически зависимость потенциальной энергии частицы в поле силы F_x от координаты x .

3) Постройте качественный график зависимости проекции скорости v_x от координаты x .

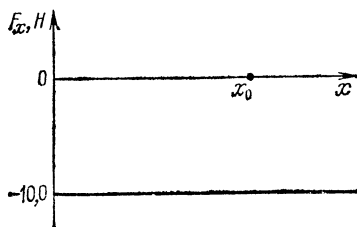


Рис. 27

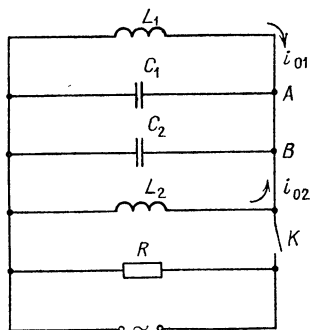


Рис. 28

60. Цепь переменного тока (рис. 28) состоит из идеальных катушек индуктивностью $L_1 = 10$ мГн, $L_2 = 20$ мГн, конденсаторов емкостью $C_1 = 10$ нФ, $C_2 = 5$ нФ и резистора с сопротивлением $R = 100$ кОм. При замкнутой цепи амплитуда силы переменного тока остается постоянной при изменении частоты генератора синусоидального напряжения. (Генератор тока с постоянной амплитудой.)

Определите:

а) отношение частоты ν_M , при которой активная мощность P_{\max} , выделяемая в цепи, максимальна, к разности частот $\Delta\nu = \nu_+ - \nu_-$, где ν_+ и ν_- — частоты, при которых активная мощность равна половине максимальной мощности P_{\max} .

Цепь размыкается. Известно, что в момент времени t_0 после размыкания цепи силы тока в катушках L_1 и L_2 имеют значения: $i_{01} = 0,1$ А и $i_{02} = 0,2$ А (см. рис. 28, где показаны направления токов), а напряжение на конденсаторе C_1 равно $U_0 = 40$ В.

Определите:

б) частоту свободных электромагнитных колебаний в цепи $L_1 C_1 C_2 L_2$;

в) силу тока на участке контура AB ;

г) амплитуду колебаний силы тока в катушке L_1 .

Укажите. Взаимной индукцией катушек L_1 и L_2 пренебречь.

61. Две призмы с преломляющими углами $\hat{A}_1 = 60^\circ$, $\hat{A}_2 = 30^\circ$ склеены так, как показано на рис. 29 (угол $\hat{C} = 90^\circ$).

Показатели преломления призм выражаются соотношениями:

$$n_1 = a_1 + b_1/\lambda^2,$$

$$n_2 = a_2 + b_2/\lambda^2,$$

где $a_1 = 1,1$, $b_1 = 10^5$ нм², $a_2 = 1,3$, $b_2 = 5 \cdot 10^4$ нм².

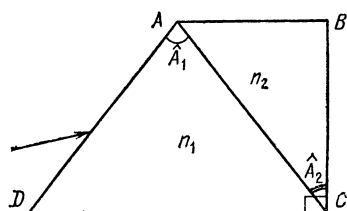


Рис. 29

1) Определите длину волны λ_0 излучения, падающего на систему призм, если волна распространяется без преломления на границе AC при любом угле падения ее на грань AD . Определите также значения показателей преломления n_1 и n_2 для этой длины волны.

2) Нарисуйте ход лучей в системе призм для трех различных длин волн $\lambda_{кр} > \lambda_0$, λ_0 , $\lambda_{кр} < \lambda_0$, если угол падения для всех трех волн на грань AD одинаков.

3) Определите угол наименьшего отклонения системой призм света с длиной волны λ_0 .

4) Определите длину волны излучения, падающего на систему призм параллельно основанию DC и выходящего из нее также параллельно основанию DC .

62. Фотон с длиной волны λ_i рассеялся на движущемся свободном электроны. В результате электрон остановился, а фотон с длиной волны λ_0 отклонился от направления дви-

жения первоначального фотона на угол $\theta = 60^\circ$. Рассеянный фотон испытал новое рассеяние на другом неподвижном свободном электроны. В результате последнего рассеяния фотон с длиной волны $\lambda_f = 1,25 \cdot 10^{-10}$ м отклонился от направления движения фотона с длиной волны λ_0 опять на угол $\theta = 60^\circ$.

Определите длину волны де Бройля электрона, взаимодействовавшего с исходным фотоном. Известны следующие величины: постоянная Планка $h = 6,6 \cdot 10^{-34}$ Дж·с, масса покоя электрона $m = 9,1 \cdot 10^{-31}$ кг, скорость света $c = 3,0 \cdot 10^8$ м/с.

Э к с п е р и м е н т а л ь н ы й т у р

63. а) Определите э.д.с. источника тока с помощью двух вольтметров (без магазина сопротивлений), используя минимальное число электрических схем.

б) Определите э.д.с. источника тока, его внутреннее сопротивление и сопротивление вольтметра, используя один вольтметр и магазин сопротивлений. С этой целью желательно построить по экспериментальным данным два графика, соответствующих теоретическим *линейным* уравнениям; с их помощью определите искомые величины.

в) Укажите источники погрешностей измерений. Какие из них больше влияют на окончательные результаты?

О б о р у д о в а н и е: источник постоянного тока, два вольтметра и магазин сопротивлений.

XV МЕЖДУНАРОДНАЯ ОЛИМПИАДА, 1984 г. (ШВЕЦИЯ)

Т е о р е т и ч е с к и й т у р

64. а) На рис. 30 показан ход луча через плоскопараллельную прозрачную пластинку, коэффициент преломления которой изменяется с расстоянием z от нижней поверхности пластинки. Докажите, что $n_A \sin \alpha = n_B \sin \beta$.

б) Представьте, что вы стоите посередине широкой плоской пустыни. Вдали вы видите нечто похожее на водную поверхность. Когда вы приближаетесь к «воде», она постепенно удаляется от вас, так что расстояние до «нее» все время остается равным 250 м. Объясните этот феномен!

в) Вычислите температуру T у поверхности Земли для предыдущего пункта задачи, предположив, что ваши глаза

находятся на высоте 1,6 м от поверхности. Известно, что показатель преломления воздуха n_0 при температуре $T_0 = 15^\circ\text{C}$ и нормальном атмосферном давлении равен 1,000276. Температуру воздуха на высоте, большей 1 м, считать постоянной и равной $T_1 = 30^\circ\text{C}$. Давление нормальное (0,1013 МПа). Принять, что $(n-1)$ пропорционально плотности частиц в газе.

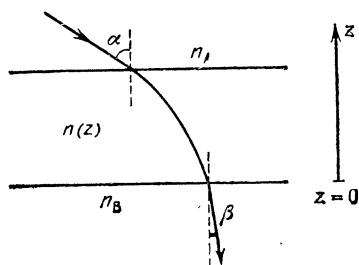


Рис. 30

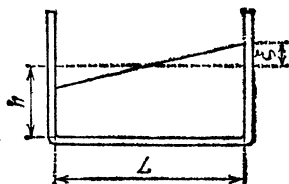


Рис. 31

65. На некоторых озерах, обычно протяженных и узких, можно иногда наблюдать довольно необычное явление, так называемое сейши. Вода в них иногда колеблется, как чай в стакане, который вы несете своему гостю, находящемуся в другом конце комнаты.

Для создания моделей сейшей используется прямоугольная ванночка. Толщина водяного слоя в ванне равна h . Горизонтальная длина ванны L . Предположим, что поверхность воды вначале составляет небольшой угол с горизонтальной плоскостью. Тогда вода начнет качаться, т. е. поверхность воды остается ровной, но колеблется относительно горизонтальной поверхности. Постройте модель движения жидкости и выведите выражение для периода колебаний T сейшей. Начальные условия даны на рис. 31. Предполагается, что $\xi \ll h$. В нижеприведенных таблицах даны периоды колебаний воды при разных толщинах ее слоя в двух ванночках с разными длинами. Установите каким-нибудь способом, как выведенная вами формула соотносится с экспериментальными данными, и оцените применимость вашей модели.

На рис. 32, а, б представлены диаграммы изменения уровня водной поверхности от времени t для двух населенных пунктов, находящихся на противоположных (по длине) берегах озера Веттерн в Швеции. Длина озера — 123 км и средняя глубина — 50 м.

Результаты эксперимента в ванночках

$L = 479 \text{ мм}$

$h, \text{ мм}$	30	50	69	88	107	124	142
$T, \text{ с}$	1,78	1,40	1,18	1,08	1,00	0,91	0,82

$L = 143 \text{ мм}$

$h, \text{ мм}$	31	38	58	67	124
$T, \text{ с}$	0,52	0,48	0,43	0,35	0,28

Установите масштаб времени на диаграммах и определите период колебаний воды.

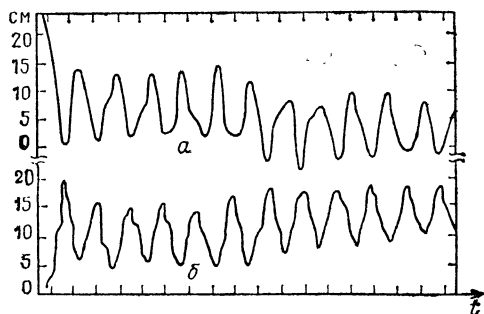


Рис. 32

66. Электрический фильтр должен состоять из четырех компонент, соединенных так, как показано на рис. 33. Импедансом источника напряжения можно пренебречь, а нагрузочное сопротивление считать бесконечно большим.

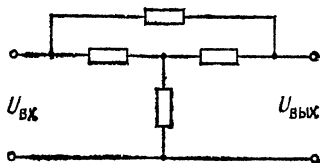


Рис. 33

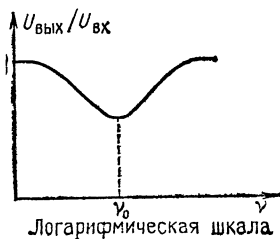


Рис. 34

Фильтр должен быть таким, чтобы отношение $U_{\text{вых}}/U_{\text{вх}}$ зависело бы от частоты тока так, как показано на графике (рис. 34). При частоте ν_0 разность фаз между $U_{\text{вых}}$ и $U_{\text{вх}}$ должна быть равной нулю.

Для построения фильтра вы можете выбрать четыре из следующих компонент: два резистора сопротивлением по 10 кОм, два конденсатора емкостью по 10 нФ, две катушки индуктивностью по 160 мГн (катушки не содержат железных сердечников, и их активным сопротивлением можно пренебречь).

Определите частоту ν_0 и отношение $U_{\text{вых}}/U_{\text{вх}}$ при этой частоте для всех возможных комбинаций компонент.

Экспериментальный тур

67. Соберите электрическую цепь по схеме (рис. 35). Определите экспериментальным путем среднее значение мощности, выделяющейся на резисторе R при соединении точек A и B с генератором переменного тока частотой 0,20 кГц и амплитудой напряжения 2,0 В (т. е. между минимумами и максимумами 4,0 В).

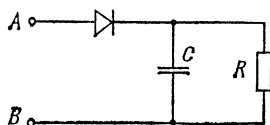


Рис. 35

Оборудование: генератор синусоидальных колебаний, настроенный на частоту 0,20 кГц, двухлучевой осциллограф, миллиметровая бумага, диод, конденсатор емкостью 0,10 мкФ, резистор с неизвестным сопротивлением, коммутационная доска, соединительные провода.

68. В спектре неоновой лампы видно несколько спектральных линий в желто-оранжево-красной области. Одна из желтых линий наиболее яркая. Определите длину волны, соответствующую этой линии. Оцените точность ваших вычислений.

Оборудование: неоновая лампа, подключенная к источнику переменного напряжения в 220 В, лазер (длина волны его неизвестна), дифракционная решетка с неизвестной постоянной, объект-микрометр (стеклянная пластинка, в центре которой имеется шкала длиной 1 мм, содержащая 100 делений), деревянная метровая линейка, штатив, зажимы.

РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

1. а) Обозначив через v_1 и v_2 модули скоростей пули и шара соответственно после вылета пули из шара (рис. 36), запишем кинематические уравнения движения пули и шара:

$$x = v_1 t, \quad (1)$$

$$l = v_2 t, \quad (2)$$

$$y = h - gt^2/2. \quad (3)$$

Время t падения шара и пули находим из выражения (3): $t = \sqrt{2h/g}$, так как $y = 0$.

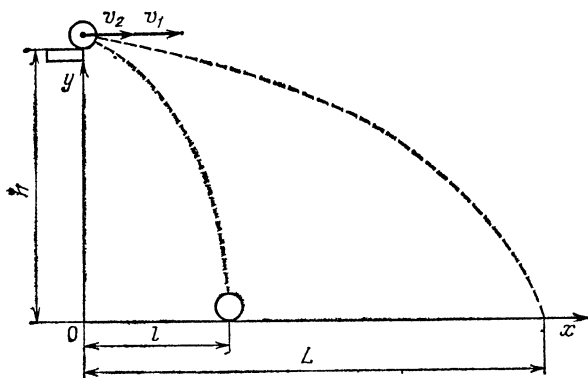


Рис. 36

Для проекций импульсов на горизонтальную ось, направленную по вектору \mathbf{v}_1 , на основании закона сохранения импульса можно записать уравнение

$$mv = mv_1 + Mv_2,$$

из которого следует, что

$$v_1 = v - \frac{M}{m} v_2. \quad (4)$$

Подставляя из (2) в (4) величину $v_2 = l/t$, получим

$$v_1 = v - \frac{M}{m} \frac{l}{t}. \quad (5)$$

Подставляя (5) в (1), получим

$$L = v \sqrt{\frac{2h}{g}} - \frac{M}{m} \cdot l; \quad L = 100 \text{ м.}$$

б) Для того чтобы найти α , воспользуемся законом сохранения энергии

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{mv_1^2}{2} + \frac{Mv_2^2}{2} + \Delta U. \quad (6)$$

По условию задачи изменение внутренней энергии тел ΔU связано с кинетической энергией пули соотношением

$$\Delta U = \alpha \frac{mv^2}{2}.$$

Отсюда следует, что

$$\alpha = 1 - \frac{v_1^2}{v^2} - \frac{M}{m} \frac{v_2^2}{v^2}. \quad (7)$$

Подставляя найденные ранее значения v_1 и v_2 , получим

$$\alpha = 1 - \frac{\left(v - \frac{M}{m} l \sqrt{g/2h}\right)^2}{v^2} - \frac{M (l \sqrt{g/2h})^2}{mv^2}. \quad (8)$$

Подстановка числовых данных приводит к результату

$$\alpha = 0,928, \text{ или } \alpha \approx 93\%.$$

П р и м е ч а н и е. Приведенное выше решение справедливо лишь при условии отсутствия трения между шаром и подставкой и отрыве шара от подставки без вращения на ее краю. При отсутствии трения шар начнет вращаться на краю подставки, если не будет выполнено условие $v_2^2/R \geq g$. Это условие можно вывести, записав выражения второго закона Ньютона и закона сохранения энергии для шара в момент отрыва при его скатывании с подставки:

$$\frac{mv_3^2}{R} = mg \cos \alpha; \quad \frac{mv_3^2}{2} = \frac{mv_2^2}{2} + mg \Delta h,$$

где v_3 — скорость шара в момент отрыва, $\Delta h = R(1 - \cos \alpha)$ — расстояние, на которое опускается центр шара до момента отрыва, α — угол между вертикалью и направлением на центр шара в момент его отрыва.

Из полученных уравнений следует, что $\cos \alpha = 1/3 (2 + v_2^2/gR)$, откуда $v_2^2/gR \gg 1$.

Для отрыва шара массой 0,2 кг, изготовленного, например, из алюминия ($R \approx 0,026$ м), $v_2^2/gR = 1500 \gg 1$, т. е. отрыв шара от подставки произойдет сразу.

2. Обозначим сопротивление между точками A и B для n звеньев R_n , а для $(n+1)$ звеньев — R_{n+1} . Тогда

$$R_{n+1} = r + \frac{rR_n}{r + R_n}.$$

Сопrotивление одного звена $R_1 = 2r$. Очевидно, что $r \leq R_n \leq 2r$ и $R_{n+1} < R_n$ для любых n , так как при подключении нового звена сопротивление между точками подключения падает.

Итак, последовательность R_n монотонно убывает и ограничена снизу: $R_n \geq r$. Обозначим сопротивление всей цепи r_x . Так как цепь

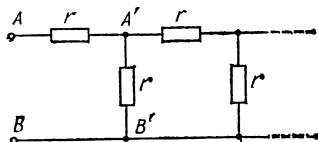


Рис. 37

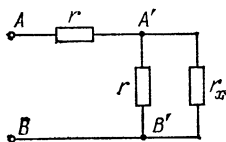


Рис. 38

бесконечная, то сопротивление цепи за точками $A'B'$ (рис. 37) тоже равно r_x . Следовательно, вся цепь эквивалентна схеме, представленной на рис. 38. Ее сопротивление равно

$$r_{AB} = r_x = r + \frac{rr_x}{r + r_x}, \quad r_x^2 - rr_x - r^2 = 0,$$

$$r_x = \frac{r \pm \sqrt{r^2 + 4r^2}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2} r.$$

Так как $r_x > 0$, то один корень не имеет физического смысла, т. е.

$$r_x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} r \approx 1,62r.$$

3. Различие будет связано с поведением центров масс шаров.

Пусть при нагревании шаров их объемы увеличиваются. В этом случае высота центра масс первого шара над горизонтальной плоскостью

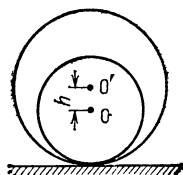


Рис. 39

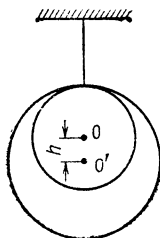


Рис. 40

увеличится (рис. 39), а центр масс подвешенного шара опустится (рис. 40).

На основании первого закона термодинамики можно записать:

$$а) \quad Q = cm\Delta T_1 + mgh, \quad \Delta T_1 = \frac{Q - mgh}{cm};$$

$$б) \quad Q = cm\Delta T_2 - mgh, \quad \Delta T_2 = \frac{Q + mgh}{cm},$$

где c — удельная теплоемкость вещества, из которого изготовлен шар, m — его масса.

Отсюда следует, что $\Delta T_2 > \Delta T_1$, т. е. висящий шар должен нагреться до более высокой температуры, чем шар, лежащий на горизонтальной поверхности. Оценим полученный эффект. Пусть радиус шара R , а коэффициент линейного расширения материала, из которого изготовлен шар, равен α . Тогда отношение изменения температуры шара за счет изменения положения его центра масс к изменению температуры ΔT за счет сообщения ему количества теплоты Q будет равно

$$\frac{\Delta T'}{\Delta T} = \frac{mgh}{cm\Delta T} = \frac{mgR\alpha\Delta T}{cm\Delta T} = \frac{g}{c} R\alpha.$$

Подсчитав оценочные значения, например, для железного шара радиуса $R=0,1$ м ($c=450$ Дж/(кг·К), $\alpha=11,7 \cdot 10^{-6}$ К $^{-1}$), получим: $\Delta T'/\Delta T = 2,6 \cdot 10^{-8}$.

Таким образом, обсуждаемый в задаче эффект ничтожно мал и лежит за пределами возможности экспериментального обнаружения.

4. Давление в сосуде, согласно закону Дальтона, будет равно сумме парциальных давлений воздуха P_1 и воды P_2 :

$$P = P_1 + P_2.$$

Для изохорного процесса зависимость давления воздуха от температуры имеет вид:

$$P_1 = P_0 \frac{T}{T_0}; \quad P_1 = 1,27 \cdot 10^5 \text{ Па}.$$

Давление паров воды P_2 не больше давления насыщенного пара при $T = 100^\circ\text{C}$ ($P_{\text{нас}} = 10^5$ Па). Если испарится вся вода, то парциальное давление водяного пара определится из уравнения Менделеева — Клапейрона:

$$P_2 V = \frac{m}{M} R T,$$

где M — молярная масса воды, R — газовая постоянная:

$$P_2 = \frac{m R T}{M V}; \quad P_2 = 0,52 \cdot 10^5 \text{ Па}.$$

Так как $P_2 < P_{\text{нас}}$, то испарится вся вода, налитая в сосуд. Искомое давление в сосуде будет равно

$$P = 1,27 \cdot 10^5 \text{ Па} + 0,52 \cdot 10^5 \text{ Па} = 1,79 \cdot 10^5 \text{ Па}.$$

5. Удельную теплоемкость c_x неизвестной жидкости, масса которой m_1 , можно определить по изменению ее температуры ΔT при нагревании в калориметре с помощью электрической спирали, если известна мощность P электрического тока, время нагревания t_1 , удельная теплоемкость c_k калориметра и его масса m_k . Для этого можно воспользоваться законом сохранения энергии:

$$P t_1 = c_x m_1 \Delta T + c_k m_k \Delta T. \quad (1)$$

Однако по условию задачи мощность электрического тока не может быть измерена, так как нет ни амперметра, ни вольтметра. Не известна и удельная теплоемкость материала, из которого изготовлен калориметр.

Для решения задачи можно воспользоваться следующим способом.

Заменим в калориметре неизвестную жидкость водой с известной удельной теплоемкостью c_v и известной массой m_2 . Погрузим в воду спираль и, считая неизменной мощность нагревателя, измерим время t_2 , необходимое для такого же повышения температуры ΔT воды, какое наблюдалось при нагревании неизвестной жидкости за время t_1 .

На основании закона сохранения энергии для этого случая запишем уравнение в виде

$$Pt_2 = c_v m_2 \Delta T + c_k m_k \Delta T. \quad (2)$$

Количество теплоты, получаемое калориметром неизвестной удельной теплоемкости, можно найти, измерив время t_3 , необходимое для такого же нагревания вдвое большего количества воды в калориметре:

$$Pt_3 = c_v 2m_2 \Delta T + c_k m_k \Delta T. \quad (3)$$

Из уравнений (2) и (3) получаем:

$$2Pt_2 - Pt_3 = c_k m_k \Delta T, \quad \text{или} \quad c_k m_k \Delta T = P(2t_2 - t_3). \quad (4)$$

Подставляя (4) в (1) и (2), находим

$$P(t_1 - 2t_2 + t_3) = c_x m_1 \Delta T \quad \text{и} \quad P(t_3 - t_2) = c_v m_2 \Delta T.$$

Если для упрощения расчетов в опыте выбрать массы m_1 и m_2 равными (т. е. $m_1 = m_2$), то из двух последних уравнений неизвестная теплоемкость c_x определяется выражением

$$c_x = \frac{t_1 - 2t_2 + t_3}{t_3 - t_2} c_v.$$

Таким образом, в эксперименте необходимо измерить время t_1 нагревания жидкости с неизвестной теплоемкостью c_x в калориметре на ΔT градусов, время t_2 такого же нагревания воды такой же массы в том же калориметре и время t_3 такого же нагревания вдвое большего количества воды в том же калориметре.

При выполнении опытов с керосином опасно использовать способ нагревания с помощью спирали. Для безопасности опыта измерение теплоемкости керосина можно выполнить следующим способом.

Налить в калориметр керосин, заполнив его примерно до половины, и определить массу m_1 керосина. В стеклянный сосуд налить примерно столько же воды, сколько налито керосина в калориметр, и определить массу m_2 воды. При использовании в опыте большого количества воды и керосина теплоемкостью калориметра можно пренебречь.

Нагреть с помощью спирали воду в стеклянном сосуде до температуры T_2 и перелить ее в калориметр с керосином. Зная массу воды m_2 , керосина m_1 , начальную температуру керосина T_1 и температуру смеси θ керосина и воды, можно рассчитать удельную теплоемкость керосина,

записав уравнение теплового баланса:

$$c_B m_2 (T_2 - \theta) = c_x m_1 (\theta - T_1),$$

откуда

$$c_x = \frac{c_B m_2 (T_2 - \theta)}{m_1 (\theta - T_1)}.$$

6. Задачу можно решить динамическим и энергетическим способами. Рассмотрим оба способа.

а) Динамический способ решения. Выберем координатные оси и укажем силы, действующие на куб и цилиндр (рис. 41). Запишем уравнения второго закона Ньютона в проекции на оси Ox и Oy для цилиндра:

$$m_1 g \sin \alpha - F'_{\text{тр}} - T_1 = m_1 a, \quad (1)$$

$$N_1 - m_1 g \cos \alpha = 0; \quad (2)$$

для куба:

$$T_2 + m_2 g \sin \alpha - F_{\text{тр}} = m_2 a, \quad (3)$$

$$N_2 - m_2 g \cos \alpha = 0. \quad (4)$$

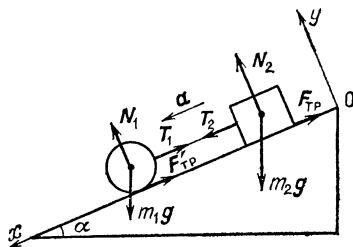


Рис. 41

Так как масса нити пренебрежимо мала, то $T_1 = T_2$.

Из уравнения (4) получаем, что $N_2 = m_2 g \cos \alpha$, а следовательно, $F_{\text{тр}} = \mu N_2 = \mu m_2 g \cos \alpha$. Пусть сила трения цилиндра о плоскость достаточно велика для того, чтобы цилиндр при своем движении не проскальзывал. В этом случае угловое ускорение цилиндра равно $\varepsilon = a/R$.

Запишем основное уравнение динамики вращательного движения для цилиндра:

$$F'_{\text{тр}} R = I \varepsilon,$$

где I — момент инерции цилиндра, откуда следует, что

$$F'_{\text{тр}} = \frac{I \varepsilon}{R} = \frac{I a}{R^2} = \frac{m_1 R^2}{2} \cdot \frac{a}{R^2} = \frac{m_1 a}{2}. \quad (5)$$

Складывая уравнения (1) и (3), получим:

$$(m_1 + m_2) g \sin \alpha - F_{\text{тр}} - F'_{\text{тр}} = (m_1 + m_2) a.$$

Подставим в последнее равенство полученные значения для сил трения $F_{\text{тр}}$ и $F'_{\text{тр}}$:

$$(m_1 + m_2) g \sin \alpha - \mu m_2 g \cos \alpha - \frac{m_1 a}{2} = (m_1 + m_2) a,$$

откуда

$$a = \frac{(m_1 + m_2) \sin \alpha - \mu m_2 \cos \alpha}{\frac{3}{2} m_1 + m_2} g.$$

Подстановка числовых данных приводит к ответу: $a = 2,46 \text{ м/с}^2 \approx 2,5 \text{ м/с}^2$.

Убедимся, что наше предположение об отсутствии проскальзывания цилиндра справедливо. Для этого необходимо, чтобы угловое

ускорение $\varepsilon = a/R = 2,5/0,05 = 50 \text{ с}^{-2}$ было бы меньше углового ускорения, сообщаемого максимальной силой трения $(F'_{\text{тр}})_{\text{max}}$ цилиндра о плоскости:

$$\varepsilon_{\text{max}} = \frac{(F'_{\text{тр}})_{\text{max}} R}{I} = \frac{(\mu m_1 g \cos \alpha) R}{0,5 m R^2} = \frac{2 \mu g \cos \alpha}{R}; \quad \varepsilon_{\text{max}} \approx 210 \text{ с}^{-2}.$$

Действительно, так как $\varepsilon < \varepsilon_{\text{max}}$, то проскальзывания цилиндра нет и наше решение корректно.

б) Энергетический способ решения. За время t после начала движения цилиндр и куб приобретут скорость $v=at$, переместятся вдоль наклонной плоскости на расстояние $l=at^2/2$ и опустятся по вертикали на

$$h=l \sin \alpha = (at^2/2) \sin \alpha.$$

Их потенциальная энергия уменьшится при этом на величину

$$\Delta E_{\text{п}} = (m_1 + m_2) gh = (m_1 + m_2) g (at^2/2) \sin \alpha.$$

В этот момент времени кинетическая энергия цилиндра и куба будет

$$E_{\text{к}} = E_1 + E_2 = \frac{m_1 v^2}{2} + I \frac{\omega^2}{2} + \frac{m_2 v^2}{2},$$

где ω — угловая скорость вращения цилиндра. Так как $\omega = v/R$, $I = m_1 R^2/2$, $v = at$, то

$$E_{\text{к}} = \frac{(m_1 + m_2) v^2}{2} + \frac{m_1 R^2 v^2}{4 R^2} = \frac{(3/2 m_1 + m_2) v^2}{2} = \frac{(3/2 m_1 + m_2) a^2 t^2}{2}.$$

За это же время сила трения куба о плоскость совершит работу

$$A_{\text{тр}} = F_{\text{тр}} l = \mu m_2 g \cos \alpha (at^2/2).$$

Из закона сохранения энергии можно записать следующее равенство:

$$\Delta E_{\text{п}} = E_{\text{к}} + A_{\text{тр}}.$$

Из него следует:

$$a = \frac{(m_1 + m_2) \sin \alpha - \mu m_2 \cos \alpha}{3/2 m_1 + m_2} g.$$

Подставив в последнее выражение числовые значения, получим $a \approx 2,5 \text{ м/с}^2$.

7. Обозначим через V_{01} и V_{02} объемы толуола в сосудах при температуре 0°C . Тогда

$$V_1 = V_{01} (1 + \alpha t_1), \quad V_2 = V_{02} (1 + \alpha t_2).$$

Массы толуола в сосудах будут соответственно

$$m_1 = \rho_0 V_{01}, \quad m_2 = \rho_0 V_{02},$$

где ρ_0 — плотность толуола при 0°C . Запишем уравнение теплового баланса для процесса смешивания толуола:

$$cm_1 (\theta - t_1) = cm_2 (t_2 - \theta),$$

где θ — температура смеси после установления теплового равновесия, c — удельная теплоемкость толуола. Из этого уравнения получим

$$\theta = \frac{m_1 t_1 + m_2 t_2}{m_1 + m_2} = \frac{V_{01} t_1 + V_{02} t_2}{V_{01} + V_{02}}.$$

Объем V толуола после смешивания равен

$$V = (V_{01} + V_{02})(1 + \alpha\theta) = (V_{01} + V_{02}) \left(1 + \alpha \frac{V_{01}t_1 + V_{02}t_2}{V_{01} + V_{02}} \right) = \\ = (V_{01} + V_{02}) + \alpha(V_{01}t_1 + V_{02}t_2) = (V_{01} + \alpha V_{01}t) + (V_{02} + \alpha V_{02}t) = V_1 + V_2.$$

Итак, после смешивания объем толуола не изменился и остался равным $V = 4,1 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3$.

При решении задачи не были использованы числовые данные, приведенные в условии задачи, так как полное изменение объема ΔV равно нулю при любых значениях этих величин.

8. Найдем угол β преломления на плоской поверхности полуцилиндра. По закону преломления

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n, \quad \sin \beta = \frac{\sin \alpha}{n} = \frac{\sin 45^\circ}{\sqrt{2}} = 0,5.$$

Отсюда $\beta = \arcsin 0,5 = 30^\circ$.

На цилиндрическую поверхность полуцилиндра лучи падают под разными углами. Из полуцилиндра выйдут лишь лучи, не испытавшие внутреннего отражения. Условие выхода луча:

$$\sin \gamma \leq \frac{1}{n}.$$

Критический угол падения луча на цилиндрическую поверхность равен

$$\gamma = \arcsin \frac{1}{n} = \arcsin \frac{1}{\sqrt{2}}; \\ \gamma = 45^\circ.$$

Из рис. 42 видно, что из полуцилиндра выйдут лучи, точки падения которых на цилиндрическую поверхность определяются углами φ , лежащими в пределах

$$\varphi_1 \leq \varphi \leq \varphi_2 = (180 - \varphi_1),$$

при которых $\gamma = 45^\circ$. Найдем углы φ_1 и φ_2 . Из $\triangle OAB$ получим $\varphi_1 = 180^\circ - \gamma - (90^\circ - \beta) = 90^\circ - \gamma + \beta = 90^\circ - 45^\circ + 30^\circ = 75^\circ$. Из $\triangle OCD$ найдем $\varphi_2 = \gamma + (90^\circ + \beta) = 165^\circ$.

Таким образом, свет будет выходить из части боковой поверхности цилиндра, ограниченной дугой BD , отсекающей углы φ , лежащие в пределах

$$75^\circ \leq \varphi \leq 165^\circ.$$

Примечание. Лучи, которые падают под углами $\varphi < 75^\circ$ или $\varphi > 165^\circ$, претерпят многократное внутреннее отражение и тоже выйдут из полуцилиндра, но через его плоскую поверхность. Попробуйте это доказать.

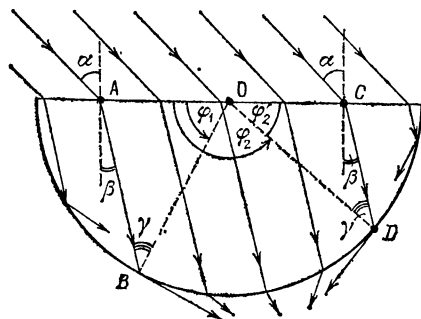


Рис. 42

9. Для исследования содержимого коробок необходимо поочередно подключить выводы каждой коробки сначала к источнику постоянного тока и зафиксировать показания амперметра и вольтметра, а затем к источнику переменного тока и тоже отметить показания амперметра и вольтметра.

По результатам измерений на постоянном токе определяются электрические сопротивления

$$R_1 = U_1/I_1, \quad R_2 = U_2/I_2, \quad R_3 = U_3/I_3.$$

Измерения на переменном токе позволяют обнаружить, что полное сопротивление Z_1 электрической цепи в коробке № 1 существенно больше, чем R_1 . Следовательно, в этой коробке находится катушка, индуктивность которой L можно рассчитать, применив закон Ома для цепи переменного тока, содержащей индуктивное сопротивление:

$$I'_1 = \frac{U'_1}{Z_1} = \frac{U'_1}{\sqrt{R_1^2 + 4\pi^2\nu^2 L^2}}, \quad \text{откуда} \quad L = \frac{\sqrt{(U'_1/I'_1)^2 - (U_1/I_1)^2}}{2\pi\nu}.$$

В коробке № 2 сопротивления элемента цепи постоянному току и переменному току оказываются одинаковыми, следовательно, в ней находится резистор.

В коробке № 3 сопротивление элемента цепи на переменном токе Z_2 имеет конечное значение, а на постоянном токе стремится к бесконечности. Можно сделать вывод, что в этой коробке находится конденсатор. Его емкость C можно определить, применив закон Ома для цепи переменного тока, содержащей емкостное сопротивление:

$$I'_3 = \frac{U'_3}{Z_3} = \frac{U'_3}{1/2\pi\nu C},$$

откуда

$$C = \frac{I'_3}{2\pi\nu U'_3}.$$

Для повышения точности измерений следует учитывать сопротивление амперметра, так как вольтметр в использованной цепи измеряет напряжение на элементе, находящемся в коробке, и на амперметре.

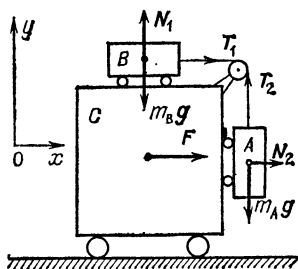


Рис. 43

10. 1) Рассмотрим случай, когда все три тележки движутся с одинаковым ускорением a , равным

$$a = \frac{F}{m_A + m_B + m_C}. \quad (1)$$

На рис. 43 указаны силы, действующие на тележки A и B . Запишем второй закон Ньютона в проекциях на координатные оси Ox и Oy для тележек A и B .

Для тележки А:

$$N_2 = m_A a, \quad (2)$$

$$T_2 - m_A g = 0. \quad (3)$$

Для тележки В:

$$T_1 = m_B a, \quad (4)$$

$$N_1 - m_B g = 0. \quad (5)$$

Так как нить и блок невесомы, то $T_1 = T_2$ и из выражений (2) и (5) следует:

$$T = m_B a = m_A g, \quad a = \frac{m_A}{m_B} g. \quad (6)$$

Из (1) и (6) получим:

$$F = (m_A + m_B + m_C) a = \frac{(m_A + m_B + m_C) m_A g}{m_B}.$$

Подставляя числовые значения величин, получим: а) $T \approx 3\text{Н}$; б) $F \approx 30\text{Н}$.

2) Запишем второй закон Ньютона, предположив, что тележка С неподвижна:

$$\begin{aligned} -m_A g + T &= -m_A a_1, \\ T &= m_B a_1. \end{aligned}$$

Решая эти уравнения совместно и подставляя числовые значения, найдем:

$$\text{а) } a_1 = \frac{m_A}{m_A + m_B} g \approx 6 \text{ м/с}^2, \quad \text{б) } T = \frac{m_A m_B}{m_A + m_B} g \approx 1,2 \text{ Н}.$$

11. а) Для решения задачи прежде всего нужно определить, произойдет ли при установлении теплового равновесия таяние льда или замерзание воды. Если количество теплоты Q_1 , выделяющееся при остывании калориметра и воды до $T_0 = 273 \text{ К}$, больше количества теплоты Q_2 , необходимого для нагревания льда до $T_0 = 273 \text{ К}$ ($Q_1 > Q_2$), то произойдет таяние части или всей воды. Если $Q_1 < Q_2$, то произойдет замерзание части или всей воды. В случае $Q_1 = Q_2$ при температуре T_0 установится тепловое равновесие при неизменных значениях массы воды и льда.

Рассмотрим возможные варианты.

1) Для случая $Q_1 < Q_2$, т. е.

$$(c_1 m_1 + c_2 m_2)(T_1 - T_0) < c_3 m_3 (T_0 - T_2),$$

найдем сначала массу Δm_2 замерзшей воды. Составим уравнение теплового баланса

$$Q_1 - Q_2 = \lambda \Delta m_2.$$

Если при вычислении масса

$$\Delta m_2 = \frac{Q_1 - Q_2}{\lambda}$$

замерзшей воды окажется больше массы всей воды ($\Delta m_2 > m_2$), то это означает, что вся вода в калориметре замерзла и охладилась до температуры $T_3 < T_0$. В этом случае масса m_4 льда в калориметре равна $m_4 = m_2 + m_3$, масса m_5 воды равна нулю: $m_5 = 0$, а температура T_3 льда

и калориметра определяется из уравнения теплового баланса

$$c_1 m_1 (T_1 - T_3) + c_2 m_2 (T_1 - T_0) + c_3 m_3 (T_0 - T_3) + \lambda m_2 = c_3 m_3 (T_3 - T_2).$$

Из этого уравнения получаем выражение для нахождения температуры T_3 в состоянии теплового равновесия:

$$T_3 = \frac{c_1 m_1 T_1 + c_2 m_2 (T_1 - T_0) + c_3 m_3 T_0 + \lambda m_2 + c_3 m_3 T_2}{c_1 m_1 + c_3 m_2 + c_3 m_3}.$$

Если $\Delta m_2 \leq m_2$, то температура $T_3 = T_0$.

2) Для случая $Q_1 > Q_2$ найдем массу Δm_3 растаявшего льда. Составим уравнение теплового баланса

$$Q_2 - Q_1 = \lambda \Delta m_3.$$

Если при вычислении масса

$$\Delta m_3 = \frac{Q_2 - Q_1}{\lambda}$$

растаявшего льда окажется больше массы всего льда ($\Delta m_3 > m_3$), то это означает, что весь лед в калориметре растаял и вода после таяния льда нагрелась до температуры $T_3 > T_0$. В этом случае масса m_5 воды в калориметре равна $m_5 = m_2 + m_3$, масса m_4 льда равна нулю: $m_4 = 0$, а температура T_3 воды и калориметра определяется из уравнения теплового баланса

$$c_1 m_1 (T_1 - T_3) + c_2 m_2 (T_1 - T_3) = \lambda m_3 + c_3 m_3 (T_0 - T_2) + c_2 m_2 (T_3 - T_0).$$

Тогда температура T_3 в состоянии теплового равновесия равна

$$T_3 = \frac{c_1 m_1 T_1 + c_2 m_2 T_2 - \lambda m_3 + c_3 m_3 (T_0 - T_2) + c_2 m_3 T_0}{c_1 m_1 + c_2 m_2 + c_2 m_3}.$$

Если $\Delta m_3 < m_3$, то $T_3 = T_0$.

б) Используя числовые значения, сравним количества теплоты

$$Q_1 = 4,59 \cdot 10^4 \text{ Дж} \text{ и } Q_2 = 8,4 \cdot 10^4 \text{ Дж}.$$

Так как $Q_2 > Q_1$, часть воды замерзнет. Найдем массу замерзшей воды:

$$\Delta m_2 = \frac{Q_2 - Q_1}{\lambda} \approx 0,115 \text{ кг}.$$

Следовательно, масса m_5 воды в калориметре стала равной $m_5 = m_2 - \Delta m_2 = 0,885 \text{ кг}$, а масса m_4 льда равна $m_4 = m_3 + \Delta m_2 = 2,115 \text{ кг}$. Темпера-

тура T_3 воды и льда в калориметре равна 0°C .

12. На шарик с зарядом q действуют три силы (рис. 44): сила T — натяжение нити, сила тяжести mg и сила F электростатического взаимодействия между зарядами Q и q .

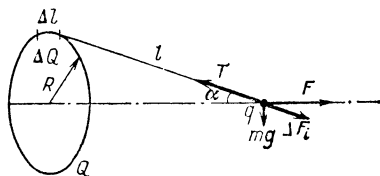


Рис. 44

Сила F является равнодействующей сил ΔF_i , с которыми заряды малых участков кольца Δl взаимодействуют с зарядом q ($\Delta l \ll l$). Каждый из таких участков можно считать точечным зарядом ΔQ_i .

Сила ΔF_i его взаимодействия с зарядом q определяется по закону Кулона:

$$\Delta F_i = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\Delta Q_i q}{l^2}, \quad \text{где} \quad \Delta Q_i = \frac{Q}{2\pi R} \Delta l_i.$$

Так как заряд равномерно распределен по кольцу, то в результате симметрии равнодействующая сил ΔF_i направлена вдоль прямой, проходящей перпендикулярно плоскости кольца через его центр. Поэтому модуль силы F равен сумме проекций векторов всех сил ΔF_i на ось кольца, перпендикулярную его плоскости:

$$F = \Sigma \Delta F_i \cos \alpha = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Qq}{2\pi R l^2} \cos \alpha \Sigma \Delta l_i.$$

Так как $\Sigma \Delta l_i = 2\pi R$, то

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Qq}{l^2} \cos \alpha. \quad (1)$$

Запишем условия равновесия шарика:

$$T \sin \alpha - mg = 0, \quad T \cos \alpha - F = 0. \quad (2)$$

Из этих уравнений находим

$$F = \frac{mg}{\operatorname{tg} \alpha}. \quad (3)$$

Из выражений (1) и (3) получаем:

$$\frac{mg}{\operatorname{tg} \alpha} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Qq}{l^2} \cos \alpha, \quad \text{или} \quad \frac{mg}{\sin \alpha} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Qq}{l^2}, \quad \text{где} \quad \sin \alpha = \frac{R}{l},$$

откуда найдем

$$l = \sqrt[3]{\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{QqR}{mg}}.$$

Подставив числовые значения величин, получим $l = 7,1 \cdot 10^{-2}$ м.

13. Запишем условие интерференционного максимума для отраженного света

$$\Delta = n\lambda, \quad (1)$$

где $n=1, 2, 3, \dots, \lambda$ — длина волны, Δ — разность хода лучей 1 и 2 (рис. 45). Луч 1, отразившийся от верхней грани кубика, пройдет расстояние на $2d$ большее, чем луч 2, отразившийся от нижней грани пластинки, если угол падения близок к нулю. Кроме того, луч 1 отражается от оптически более плотной среды, при этом происходит сдвиг по фазе на π (потеря $\lambda/2$), а луч 2 отражается от оптически менее плотной среды и его фаза не изменяется. Таким образом, условие (1) можно записать

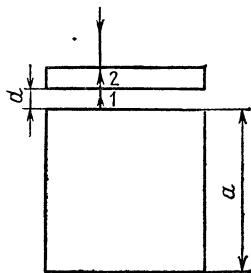


Рис. 45

в виде:

$$2d + \lambda/2 = n\lambda, \quad \text{или} \quad 2d = \frac{(2n-1)\lambda}{2}. \quad (2)$$

Условие (2) должно выполняться для двух длин волн — для $\lambda_0 = 400$ нм (при $n=k+1$) и для λ_1 , находящейся между 400 и 1150 нм (при $n=k$), т. е.

$$2d = \frac{2k+1}{2} \lambda_0, \quad 2d = \frac{2k-1}{2} \lambda_1.$$

Отсюда получаем, что

$$\lambda_1 = \frac{2k+1}{2k-1} \lambda_0.$$

Но по условию $\lambda_1 < 1150$ нм, следовательно,

$$\frac{2k+1}{2k-1} \cdot 400 \text{ нм} < 1150 \text{ нм}.$$

Это неравенство выполняется при $k > 1$.

Третья длина волны λ_2 (при $n=k-1$) должна быть уже больше 1150 нм:

$$\frac{2k+1}{2k-3} \cdot 400 \text{ нм} > 1150 \text{ нм}.$$

Это неравенство выполняется при $k < 3$. Следовательно, $1 < k < 3$, т. е. $k=2$. Тогда

$$\lambda_1 = \frac{2k+1}{2k-1} \lambda_0 = \frac{5}{3} \lambda_0 = 666,7 \text{ нм},$$

$$d = \frac{2k+1}{4} \lambda_0 = \frac{5}{4} \lambda_0 = 500 \text{ нм}.$$

Теперь можно найти изменение температуры, при котором за счет теплового расширения ребро куба удлинится на толщину зазора d : $d = \alpha \Delta T$, откуда

$$\Delta T = d/\alpha, \quad \Delta T = 3,1 \text{ К}.$$

14. Цепи а) и б) представлены соответственно на рис. 46, а и б. Сила тока в цепи б) будет равна нулю, если напряжение, приложенное к ее

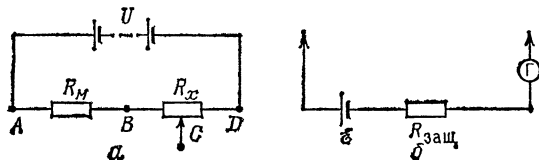


Рис. 46

выводам, будет равно э. д. с. \mathcal{E} по модулю и противоположно по знаку. Это возможно, если $U > \mathcal{E}$. В этом случае нужное напряжение можно получить на участках AC, BC или CD путем изменений сопротивления R_M магазина сопротивлений и перемещения скользящего контакта C по

реохорду. Рассмотрим случай подключения цепи б) к точкам В и С цепи а) (рис. 47). Тогда для выполнения условия $U_{BC} = \mathcal{E}$ нужно выбрать значения сопротивления R_1 магазина сопротивлений и сопротивления R_a участка ВС реохорда такими, чтобы выполнялось равенство

$$U_{BC} = IR_a = \frac{U}{R_1 + R_x} R_a = \mathcal{E},$$

где U — напряжение на зажимах аккумуляторов.

Сопротивление R_a участка ВС реохорда равно $R_a = \frac{a}{l} R_x$, где a — длина участка ВС, l — длина всего реохорда, R_x — сопротивление всего реохорда. Поэтому последнее уравнение можно представить в таком виде:

$$\mathcal{E} = U \frac{a R_x}{l(R_1 + R_x)}.$$

Изменив длину участка ВС реохорда, можно вновь добиться выполнения условия $U_{BC} = \mathcal{E}$ путем изменения сопротивления магазина сопротивлений. Определив значение R_2 сопротивления моста сопротивлений при равенстве нулю силы тока через гальванометр во втором опыте при $BC = b$, составим второе уравнение:

$$\mathcal{E} = U \frac{b R_x}{l(R_2 + R_x)}.$$

По измеренным значениям R_1 , R_2 , a , b и l из двух уравнений с тремя неизвестными \mathcal{E} , U и R_x можно найти значение сопротивления R_x реохорда и отношение U/\mathcal{E}

$$R_x = \frac{a R_2 - b R_1}{b - a}, \quad \frac{U}{\mathcal{E}} = \frac{(R_2 - R_1) l}{a R_2 - b R_1}.$$

Это решение получено в предположении, что напряжение U не изменяется при изменениях сопротивления моста сопротивлений в цепи а), т. е. внутреннее сопротивление аккумуляторов пренебрежимо мало.

При выполнении эксперимента для получения результатов с наименьшей погрешностью измерений нужно выбрать такие значения длин участка ВС реохорда, при которых была бы мала относительная погрешность измерений самих длин a и b (для этого они должны быть возможно большими) и вместе с тем имела бы по возможности большое значение разность длин $(b - a)$. Поэтому в первом опыте можно установить значение длины $a = l/2$, а во втором — значение $b = l$. В этом случае формулы для нахождения R_x и U/\mathcal{E} упрощаются:

$$R_x = R_2 - 2R_1, \quad \frac{U}{\mathcal{E}} = \frac{2(R_2 - R_1)}{R_2 - 2R_1}.$$

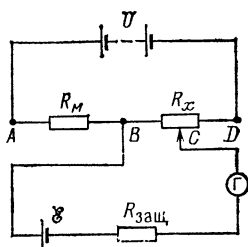


Рис. 47

Если внутреннее сопротивление r аккумуляторов не слишком мало по сравнению с сопротивлением R_x реохорда, то при выполнении эксперимента необходимо использовать такие способы двух подключений цепи б) к цепи а), при которых сила тока в цепи аккумуляторов не изменится.

Для того чтобы сила тока в первой цепи была одинаковой в обоих опытах, сопротивление магазина сопротивлений должно быть в этих опытах неизменным. Его значение R_m нужно выбрать таким, чтобы путем перемещения скользящего контакта C по реохорду можно было добиться отсутствия тока во второй цепи при ее подключении сначала к точкам B и C , а затем к точкам A и C первой цепи. Для этих случаев можно записать уравнения

$$\mathcal{E} = IR_a = I \frac{a}{l} R_x, \quad \mathcal{E} = I (R_m + R_x) = I \left(R_m + \frac{b}{l} R_x \right).$$

Из этой системы уравнений получаем

$$R_x = \frac{IR_m}{a-b},$$

т. е. сопротивление реохорда должно быть больше или равно сопротивлению магазина: $R_x \geq R_m$.

Найдем ограничения для R_m при первом способе решения. Так как $U = I (R_m + R_x)$, то отношение U/\mathcal{E} равно

$$\frac{U}{\mathcal{E}} = \frac{R_m + R_x}{R_a}.$$

Из последнего равенства можно получить выражение для сопротивления R_m магазина:

$$R_m = \frac{U}{\mathcal{E}} R_x \frac{a}{l} - R_x = R_x \left(\frac{U}{\mathcal{E}} \cdot \frac{a}{l} - 1 \right).$$

Максимальное возможное значение сопротивления R_m соответствует случаю $a=l$, т. е.

$$R_{m \max} = R_x \left(\frac{U}{\mathcal{E}} - 1 \right)$$

и при $U = \mathcal{E}$ обращается в нуль.

15. а) К моменту освобождения бруска каретка имеет скорость v_0 относительно стола и продолжает движение с этой же скоростью.

Брусок под действием силы трения $F_{\text{тр}} = \mu mg$ со стороны каретки приобретает ускорение $a = F_{\text{тр}}/M = \mu mg/M$; $a = 0,02$ м/с², а скорость бруска изменяется со временем по закону $v_6 = at$.

Так как брусок не может двигаться быстрее каретки, то в некоторый момент времени $t = t_0$ проскальзывание прекратится, т. е. $v_6 = v_0$. Определим этот момент времени:

$$t_0 = \frac{v_0}{a} = \frac{v_0 M}{\mu mg} = 5 \text{ с.}$$

К этому моменту времени перемещения каретки и бруска относительно стола будут соответственно равны:

$$S_K = v_0 t_0 = \frac{v_0^2 M}{\mu mg},$$

$$S_6 = \frac{a t_0^2}{2} = \frac{v_0^2 M}{2 \mu mg}.$$

Перемещение каретки относительно бруска равно

$$S = S_K - S_6 = \frac{v_0^2 M}{2 \mu mg} = 0,25 \text{ м.}$$

Так как $S < l$, то каретка не достигнет края бруска до тех пор, пока брусок не упрется в неподвижную опору. Расстояние до опоры в условии задачи не указано, поэтому вычислить это время нельзя. Итак, каретка движется равномерно со скоростью $v_0 = 0,1$ м/с, брусок первые 5 с движется равноускоренно с ускорением $a = 0,02$ м/с², а затем брусок движется вместе с кареткой равномерно.

б) Так как между бруском и поверхностью стола трения нет, то система тел «брусок — каретка» является замкнутой. Для этой системы можно использовать закон сохранения импульса:

$$mv + Mu = mv_0, \quad (1)$$

где v и u — проекции скоростей каретки и бруска относительно стола на горизонтальную ось, направленную по вектору скорости v_0 . Скорость наматывания нити v_0 равна скорости каретки относительно бруска $(v - u)$, т. е.

$$v_0 = v - u. \quad (2)$$

Решая систему уравнений (1) и (2), получаем:

$$u = 0, \quad v = v_0.$$

Таким образом, после освобождения брусок останется неподвижным относительно стола, а каретка будет двигаться с прежней скоростью v_0 и достигнет края бруска через время t , равное

$$t = l / v_0 = 5 \text{ с.}$$

16. Подсчитаем, какое количество n_1 атомов натрия и какое количество n_2 атомов хлора входит в состав одной элементарной ячейки кристалла NaCl (см. рис. 5).

В центре ячейки находится один атом натрия, полностью принадлежащий этой ячейке, и 12 атомов натрия, находящихся на ребрах большого куба. Каждый из атомов на ребре куба принадлежит еще трем другим элементарным ячейкам, данной ячейке принадлежит 1/4 атома натрия. Всего одной ячейке принадлежит

$$n_1 = 1 + 12 \cdot \frac{1}{4} = 4 \text{ атома натрия.}$$

В одной элементарной ячейке кристалла NaCl имеется 6 атомов хлора, находящихся на гранях куба, и 8 атомов хлора, находящихся в

его вершинах. Каждый атом на грани принадлежит еще одной ячейке, а атомы в вершинах куба принадлежат еще семи ячейкам. Поэтому одной ячейке принадлежит

$$n_2 = 6 \cdot \frac{1}{2} + 8 \cdot \frac{1}{8} = 4 \text{ атома хлора.}$$

Таким образом, одной элементарной ячейке кристалла NaCl принадлежит 4 атома натрия и 4 атома хлора.

Масса m такой ячейки равна

$$m = 4m_{r \text{ Na}} + 4m_{r \text{ Cl}} \text{ (а. е. м.)},$$

где $m_{r \text{ Na}}$ и $m_{r \text{ Cl}}$ — относительные атомные массы натрия и хлора. Так как масса атома водорода m_{H} приблизительно равна одной атомной единице массы: $m_{\text{H}} = 1,008 \text{ а. е. м.} \approx 1 \text{ а. е. м.}$, то масса элементарной ячейки NaCl равна

$$m = 4 (m_{r \text{ Na}} + m_{r \text{ Cl}}) m_{\text{H}}.$$

С другой стороны, она равна $m = \rho a^3$, следовательно,

$$m_{\text{H}} = \frac{\rho a^3}{4 (m_{r \text{ Na}} + m_{r \text{ Cl}})} \approx 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ кг.}$$

17. Потенциал сферы в случае отсутствия заряда на шаре равен

$$\varphi_{0c} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{R} = 450 \text{ В.}$$

При соединении шара, находящегося внутри сферы, с Землей потенциал шара равен нулю, между ним и сферой существует электрическое поле, под действием которого на шар с Земли перетечет некоторый заряд q . Заряд Q , равномерно распределенный на сфере, не создает поля внутри нее, поэтому поле внутри сферы определяется только зарядом шара q , и разность потенциалов между шаром и сферой равна

$$\Delta\varphi = \varphi_{\text{ш}} - \varphi_{\text{с}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q}{r} - \frac{q}{R} \right). \quad (1)$$

Поле вне сферы такое, как если бы все заряды были расположены в центре сферы. Поэтому потенциал сферы $\varphi_{\text{с}}$ после соединения шара с Землей равен

$$\varphi_{\text{с}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q+Q}{R}. \quad (2)$$

Следовательно, потенциал шара

$$\varphi_{\text{ш}} = \varphi_{\text{с}} + \Delta\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q+Q}{R} + \frac{q}{r} - \frac{q}{R} \right) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{Q}{R} + \frac{q}{r} \right) = 0, \quad (3)$$

откуда следует, что

$$q = -Q \frac{r}{R}. \quad (4)$$

Подставляя выражение (4) в (2), получим искомое значение для потенциала сферы:

$$\varphi_c = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q - Q \frac{r}{R}}{R} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q(R-r)}{R^2} = 225 \text{ В.}$$

Электрическая емкость полученной системы проводящих тел равна

$$C = \frac{Q}{\varphi_c} = \frac{4\pi\epsilon_0 R^2}{R-r} = 4,4 \cdot 10^{-11} \text{ Ф} = 44 \text{ пФ.}$$

Эквивалентная электрическая система состоит из двух параллельно соединенных конденсаторов: 1) сферического с зарядами на обкладках $+q$ и $-q$ и 2) конденсатора «сфера — Земля» с зарядами на обкладках $+(Q-q)$ и $-(Q-q)$ (рис. 48).

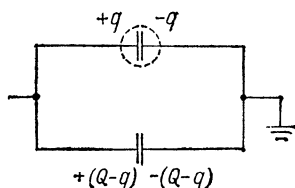


Рис. 48

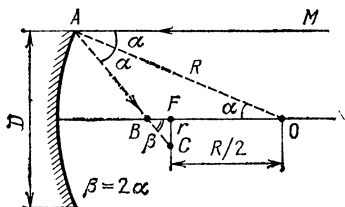


Рис. 49

18. Как известно, лучи, параллельные главной оптической оси сферического зеркала и проходящие на небольших расстояниях от нее, после отражения сходятся в главном фокусе зеркала F , находящемся на расстоянии $R/2$ от центра O сферической поверхности. Рассмотрим теперь ход луча, отраженного у края сферического зеркала большого диаметра D (рис. 49). Угол падения α луча на поверхность зеркала равен углу отражения. Поэтому угол OAB в треугольнике, образованном радиусом OA сферы, проведенным в точку падения луча, отраженным лучом AB и отрезком BO главной оптической оси, равен α . Углы BOA и MAO равны, т. е. угол BOA равен α .

Следовательно, треугольник AOB равнобедренный, сторона AB в нем равна стороне BO . Так как сумма длин двух любых сторон в треугольнике больше длины его третьей стороны, $AB + BO > OA = R$, то $BO > R/2$. Это означает, что луч, параллельный главной оптической оси сферического зеркала и проходящий не очень близко от нее, после отражения пересекает главную оптическую ось в точке B , расположенной между фокусом F и зеркалом. Фокальную плоскость этот луч пересекает в точке C , удаленной от главного фокуса на некоторое расстояние $CF = r$.

Таким образом, при отражении параллельного пучка лучей от сферического зеркала конечных размеров он не сходится в фокусе зеркала, а образует в фокальной плоскости пучок радиуса r .

Из $\triangle BFC$ записываем:

$$r = BF \operatorname{tg} \beta = BF \operatorname{tg} 2\alpha,$$

где α — максимальный угол падения крайнего луча, падающего на зеркало, причем $\sin \alpha = D/2R$:

$$BF = BO - OF = \frac{R}{2 \cos \alpha} - \frac{R}{2} = \frac{R}{2} \frac{1 - \cos \alpha}{\cos \alpha}.$$

Следовательно, $r = \frac{R}{2} \frac{1 - \cos \alpha}{\cos \alpha} \frac{\sin 2\alpha}{\cos 2\alpha}$. Выразим значения $\cos \alpha$, $\sin 2\alpha$, $\cos 2\alpha$ через $\sin \alpha$, учитывая малость угла α :

$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} \approx 1 - \frac{\sin^2 \alpha}{2},$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha,$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha.$$

Тогда

$$r = \frac{R}{2} \frac{\sin^3 \alpha}{1 - 2 \sin^2 \alpha} \approx \frac{R}{2} \sin^3 \alpha \approx \frac{D^3}{16R^2}.$$

Подставляя числовые данные, получим: $r \approx 1,95 \cdot 10^{-3} \text{ м} \approx 2 \text{ мм}$.

Из выражения $D = \sqrt[3]{16R^2 r}$ видно, что, если радиус приемника уменьшить в 8 раз, то поперечный диаметр D' зеркала, с которого падает свет на приемник, уменьшится в 2 раза, а, следовательно, «рабочая» площадь зеркала уменьшится в 4 раза.

Во столько же раз уменьшится поток излучения Φ , попадающий в зеркало и принимаемый приемником, так как $\Phi \sim S$.

19. Рассматривая предметы через линзы, легко установить, что были даны две линзы собирающие и одна рассеивающая. Фокусное расстояние собирающей линзы можно определить следующими способами:

1) получить на экране действительное изображение удаленного источника, например дома, видимого из окна. В этом случае фокусное расстояние F будет приблизительно равно расстоянию от линзы до экрана f : $F \approx f$;

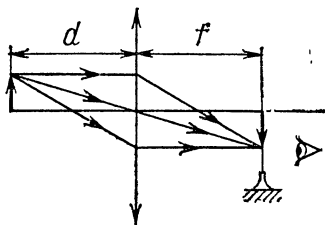


Рис. 50

2) с помощью линзы получить действительное изображение геометрической фигуры, изображенной на экране. Положение действительного изображения фиксируется методом параллакса: если в точку, в которой находится изображение, поместить вертикальную проволоку (рис. 50),

то при небольших смещениях глаза от главной оптической оси линзы изображение предмета и проволока не будут расходиться.

По измеренным расстояниям d и f получим из формулы тонкой линзы значение фокусного расстояния:

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f}; \quad F = \frac{df}{d+f}.$$

Наибольшую точность этот метод дает при выполнении соотношения

$$f=d.$$

(Это обнаруживается при исследовании на минимум границы относительной погрешности измерения фокусного расстояния ε_{F_0} .)

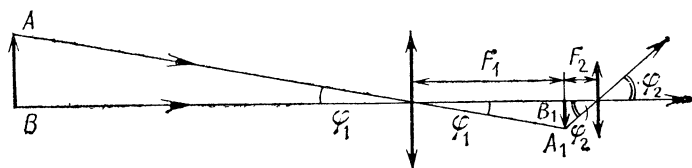


Рис. 51

Правильность полученных значений F_1 и F_2 можно проверить, собрав трубу Кеплера (рис. 51), рассчитав ее увеличение по формуле $\Gamma = \tan \varphi_2 / \tan \varphi_1 \approx F_1 / F_2$ и сравнив полученное значение с результатами опыта по наблюдению делений линейки одним глазом через трубу Кеплера, а вторым глазом непосредственно.

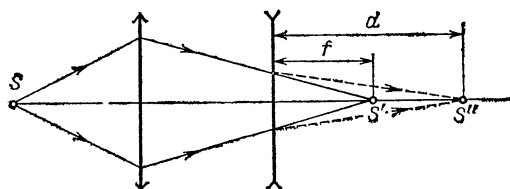


Рис. 52

Определение фокусного расстояния рассеивающей линзы можно провести методом компенсации. С этой целью нужно получить действительное изображение S' предмета S с помощью собирающей линзы. Положение изображения можно зафиксировать методом параллакса.

Если между предметом и собирающей линзой поставить рассеивающую линзу, то изображение перемещается. Найдём новое положение изображения S'' . Используя свойство обратимости световых лучей, можно принять, что световые лучи выходят из точки S'' . Тогда точка S' является мнимым изображением точки S'' , а расстояния от оптического центра рассеивающей линзы до точек S' и S'' являются соответственно расстояниями f до изображения и d до предмета (рис. 52). Используя формулу тонкой линзы, получим

$$-\frac{1}{F_3} = -\frac{1}{f} + \frac{1}{d}, \quad F_3 = \frac{fd}{d-f}.$$

Проверить полученные значения фокусных расстояний можно, собрав трубу Галилея и сравнив рассчитанное значение увеличения трубы с опытными данными.

20. Решим задачу, воспользовавшись законами сохранения. Обозначим через a модуль ускорений грузов относительно клина, a_0 — модуль ускорения самого клина относительно плоскости (рис. 53). Так как на систему «клин — грузы» не действуют внешние силы в горизонтальном направлении, то сумма проекций импульсов тел, входящих в систему,

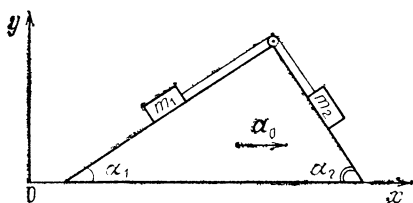


Рис. 53

на горизонтальную ось Ox должна оставаться постоянной величиной. В начальный момент времени система покоится и сумма проекций импульсов тел равна нулю:

$$\Sigma p_x = 0, \\ m_1 v_{1x} + m_2 v_{2x} + M v_x = 0, \quad (1)$$

где v_{1x} , v_{2x} , v_x — проекции скоростей грузов и клина на ось Ox ,

Проекции ускорений тел системы на оси Ox и Oy :

$$\begin{aligned} a_{1x} &= a_0 - a \cos \alpha_1; & a_{1y} &= -a \sin \alpha_1; \\ a_{2x} &= a_0 - a \cos \alpha_2; & a_{2y} &= a \sin \alpha_2; \\ a_x &= a_0. \end{aligned}$$

Следовательно, через время t после начала движения скорости v_{1x} , v_{2x} , v_x будут соответственно равны

$$v_{1x} = a_{1x}t, \quad v_{2x} = a_{2x}t, \quad v_x = a_x t.$$

Подставляя эти выражения в уравнение (1), получим

$$m_1 (a_0 - a \cos \alpha_1) + m_2 (a_0 - a \cos \alpha_2) + M a_0 = 0.$$

Из последнего уравнения получаем формулу для вычисления ускорения:

$$a = a_0 \frac{M + m_1 + m_2}{m_1 \cos \alpha_1 + m_2 \cos \alpha_2}. \quad (2)$$

Согласно закону сохранения энергии равны изменения кинетической и потенциальной энергий системы тел «грузы — клин — Земля»

$$\Delta E_k = -\Delta E_{\text{п}},$$

или

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} + \frac{M v^2}{2} = m_1 g h_1 - m_2 g h_2, \quad (3)$$

где

$$\begin{aligned} v_1 &= \sqrt{v_{1x}^2 + v_{1y}^2} = \sqrt{a_{1x}^2 + a_{1y}^2} t, \\ v_2 &= \sqrt{v_{2x}^2 + v_{2y}^2} = \sqrt{a_{2x}^2 + a_{2y}^2} t, \\ v &= a_0 t, \end{aligned}$$

$$h_1 = -\frac{a_{1y} t^2}{2}, \quad h_2 = \frac{a_{2y} t^2}{2}.$$

В результате подстановок из полученных выражений формула (3) примет вид:

$$m_1 [(a_0 - a \cos \alpha_1)^2 + a^2 \sin^2 \alpha_1] + m_2 [(a_0 - a \cos \alpha_2)^2 + a^2 \sin^2 \alpha_2] + M a_0^2 = m_1 g a \sin \alpha_1 - m_2 g a \sin \alpha_2.$$

Подставляя в это выражение значение ускорения a из формулы (2), получим

$$a_0 = \frac{(m_1 \sin \alpha_1 - m_2 \sin \alpha_2) (m_1 \cos \alpha_1 + m_2 \cos \alpha_2)}{(m_1 + m_2 + M) (m_1 + m_2) - (m_1 \cos \alpha_1 + m_2 \cos \alpha_2)^2} g. \quad (4)$$

При выполнении соотношения $m_1 \sin \alpha_1 - m_2 \sin \alpha_2 = 0$, т. е. при отношении масс грузов $m_1/m_2 = \sin \alpha_2/\sin \alpha_1$, $a_0 = 0$, а так как $v_0 = 0$, то клин будет неподвижен.

Выражение (2) показывает, что при выполнении этого условия модули ускорения грузов относительно клина будут также равны нулю, т. е. грузы при неподвижном клине могут только равномерно скользить по нему.

21. Обозначим высоту трубки над ртутью H ($H = \text{const}$), высоту подъема ртути в трубке h_i (рис. 54, а).

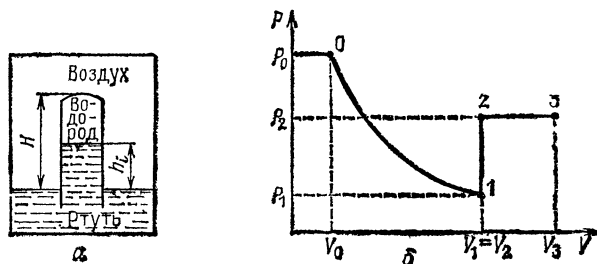


Рис. 54

Давление водорода в трубке меньше давления воздуха на величину $\rho g h_i$:

$$P_{H_2} = P_{\text{возд}} - \rho g h_i,$$

где ρ — плотность ртути при температуре t_i

$$\rho = \rho_0 (1 - \beta t_i),$$

ρ_0 — плотность ртути при $t_0 = 0^\circ\text{C}$, или при $T_0 = 273$ К, β — коэффициент объемного расширения ртути. Объем водорода равен

$$V_i = S (H - h_i),$$

где S — площадь поперечного сечения трубки.

Запишем уравнения Менделеева — Клапейрона для водорода в точках 0, 1, 2, 3 PV -диаграммы изменения состояния воздуха в камере

(рис. 54, б):

$$\text{т. 0} \quad (P_0 - \rho_0 g h_0) S (H - h_0) = \frac{m}{M} R T_0, \quad (1)$$

$$\text{т. 1} \quad (P_1 - \rho_0 g h_1) S (H - h_1) = \frac{m}{M} R T_0, \quad (2)$$

$$\text{т. 2} \quad (P_2 - \rho_1 g h_2) S (H - h_2) = \frac{m}{M} R T_2, \quad (3)$$

где

$$P_2 = P_1 \frac{T_2}{T_0}, \quad \rho_1 = \frac{\rho_0}{1 + \beta (T_2 - T_0)} \approx \rho_0 [1 - \beta (T_2 - T_0)], \quad (4)$$

так как процесс изохорный;

$$\text{т. 3} \quad (P_2 - \rho_2 g h_3) S (H - h_3) = \frac{m}{M} R T_3, \quad (5)$$

где

$$\rho_2 = \rho_0 [1 - \beta (T_3 - T_0)], \quad T_3 = T_2 \frac{V_3}{V_2} = T_2 \frac{H - h_3}{H - h_2}, \quad (6)$$

так как процесс изобарный.

Мы получили систему уравнений, в которых неизвестны параметры H , m , T_2 , T_3 , P_2 .

Из уравнений (1) и (2) найдем H и m :

$$\begin{aligned} \frac{P_0 - \rho_0 g h_0}{P_1 - \rho_0 g h_1} &= \frac{H - h_1}{H - h_0}, \\ H &= \frac{h_0 (P_0 - \rho_0 g h_0) - h_1 (P_1 - \rho_0 g h_1)}{P_0 - P_1 - \rho_0 g (h_0 - h_1)} \approx 1,3 \text{ м}, \\ m &= \frac{M}{RT} (P_0 - \rho_0 g h_0) S (H - h_0) \approx 2,11 \cdot 10^{-6} \text{ кг}. \end{aligned}$$

Из уравнений (3) и (4) найдем T_2 и P_2 .

Если в первом приближении можно пренебречь малым изменением плотности ртути при ее нагревании, то в этом случае получим

$$T_2 = \frac{\rho_0 g h_2 S (H - h_2)}{\frac{P_1 S (H - h_2)}{T_0} - \frac{m}{M} R} \approx 364 \text{ К}; \quad P_2 = P_1 \frac{T_2}{T_0} \approx 1,067 \cdot 10^5 \text{ Па}.$$

Искомое давление водорода в конечном состоянии равно $P = P_2 - \rho_0 g h_3 \approx 4,67 \cdot 10^4 \text{ Па}$.

Если же учесть малое изменение плотности ртути, то расчеты существенно усложнятся. В этом случае из уравнений (3) и (4) получим

$$\left\{ P_1 \frac{T_2}{T_0} - \rho_0 g h_2 [1 - \beta (T_2 - T_0)] \right\} S (H - h_2) = \frac{m}{M} R T_2,$$

откуда

$$T_2 = \frac{\rho_0 g h_2 S (H - h_2) (1 + \beta T_0)}{\frac{P_1}{T_0} S (H - h_2) + \beta \rho_0 g h_2 S (H - h_2) - \frac{m}{M} R} \approx 359 \text{ К},$$

Давление P_2 изменится незначительно:

$$P_2 = P_1 \frac{T_2}{T_0} \approx 1,05 \cdot 10^5 \text{ Па.}$$

Для определения давления P водорода в конечном состоянии

$$P = P_2 - \rho_0 g h_3 [1 - \beta (T_3 - T_0)] \quad (7)$$

нужно рассчитать температуру T_3 . Для этого воспользуемся уравнениями (5) и (6):

$$\begin{aligned} \{P_2 - \rho_0 g h_3 [1 - \beta (T_3 - T_0)]\} S (H - h_3) &= \frac{m}{M} R T_2 \frac{H - h_3}{H - h_2}, \\ T_3 &= \frac{\frac{m}{M} R T_2 \frac{1}{H - h_2} - P_2 + \rho_0 g h_3 S + \rho_0 g h_3 \beta T_0 S}{\beta \rho_0 g h_3 S} \approx 546 \text{ К.} \end{aligned}$$

Подставив полученное значение T_3 в выражение (7), найдем $P \approx 4,8 \cdot 10^4 \text{ Па}$.

Таким образом, наше первое приближение было вполне корректным; уточненные значения T_2 и P отличаются лишь на 1–2%.

22. Эквивалентная электрическая схема цепи по рис. 8 представлена на рис. 55. Из этого рисунка видно, что через источники \mathcal{E}_2 и \mathcal{E}_3 ток не идет, так как в точках C и E эти источники подключены к вершинам, к которым подсоединены только конденсаторы.

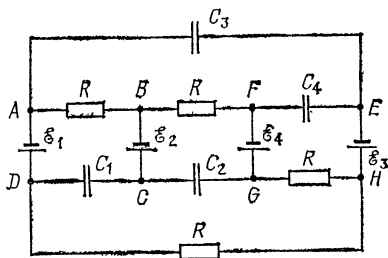


Рис. 55

Ток в цепи может течь только по контуру $ABFGHDA$.

Сила тока в этом контуре равна

$$I = \frac{\mathcal{E}_4 - \mathcal{E}_1}{4R},$$

где R — сопротивление каждого из резисторов. Падение напряжения на каждом из резисторов

$$U_R = IR = \frac{\mathcal{E}_4 - \mathcal{E}_1}{4R} \cdot R = \frac{\mathcal{E}_4 - \mathcal{E}_1}{4}.$$

Энергия электрического поля в конденсаторах равна

$$W = \frac{C_1 U_{C_1}^2}{2} + \frac{C_2 U_{C_2}^2}{2} + \frac{C_3 U_{C_3}^2}{2} + \frac{C_4 U_{C_4}^2}{2} = \frac{C}{2} (U_{C_1}^2 + U_{C_2}^2 + U_{C_3}^2 + U_{C_4}^2).$$

Для расчета модулей напряжений U_{C_1} , U_{C_2} , U_{C_3} , U_{C_4} применим второе правило Кирхгофа для замкнутых цепей: $ABCD A$, $BFGCB$,

$AC_3EHRDA, FEHGF$:

$$\mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_1 = U_R + U_{C_1} \Rightarrow U_{C_1} = \mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_1 - \frac{\mathcal{E}_4 - \mathcal{E}_1}{4},$$

$$\mathcal{E}_4 - \mathcal{E}_2 = U_R + U_{C_2} \Rightarrow U_{C_2} = \mathcal{E}_4 - \mathcal{E}_2 - \frac{\mathcal{E}_4 - \mathcal{E}_1}{4},$$

$$\mathcal{E}_3 - \mathcal{E}_1 = U_R + U_{C_3} \Rightarrow U_{C_3} = \mathcal{E}_3 - \mathcal{E}_1 - \frac{\mathcal{E}_4 - \mathcal{E}_1}{4},$$

$$\mathcal{E}_4 - \mathcal{E}_3 = U_R + U_{C_4} \Rightarrow U_{C_4} = \mathcal{E}_4 - \mathcal{E}_3 - \frac{\mathcal{E}_4 - \mathcal{E}_1}{4}.$$

Подставив числовые значения, получим $U_{C_1} = 1$ В, $U_{C_2} = 5$ В, $U_{C_3} = 5$ В, $U_{C_4} = 1$ В, $W = 2,6 \cdot 10^{-5}$ Дж.

При закорачивании точек H и B по участку цепи $BFGH$ течет ток

$$I' = \mathcal{E}_4 / 2R.$$

Искомый заряд q конденсатора C_2 равен

$$q_2 = C_2 U'_{C_2},$$

где $U'_{C_2} = \mathcal{E}_2 - I'R = \mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_4 R / 2R = \mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_4 / 2$, $q = C_2 (\mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_4 / 2)$.

Подставляя числовые значения, получим $q_2 = 0$. Следовательно, заряд конденсатора C_2 в этом случае будет равен нулю.

23. При рассматривании рыбки будут видны два ее изображения. Первое изображение получается в результате прохождения световых лучей от рыбки к наблюдателю через одну преломляющую поверхность «вода — воздух» (преломлением в стекле по условию задачи пренебрегаем). Второе изображение получается в результате прохождения через аквариум световых лучей, отраженных плоским зеркалом. В этом случае аквариум можно считать шаровой линзой, через которую рассматривается изображение рыбки, даваемое плоским зеркалом. Найдем скорость перемещения первого изображения. Пусть рыбка за малый интервал времени Δt переместилась вдоль стенки аквариума из точки A в точку B (рис. 56). Найдем перемещение ее изображения. Для этого найдем положение изображения рыбки.

Выберем луч 1 света, выходящий из точки B и проходящий через центр O сферического аквариума. Этот луч выйдет из аквариума без преломления. Луч 2 — это такой луч, который после преломления на границе «аквариум — воздух» идет параллельно прямой, проходящей через точки O и A . Когда рыбка находится в точке B , ее изображение находится на пересечении продолжений лучей 1 и 2 в точке B_1 . Найдем скорость v_1 перемещения изображения рыбки из точки A_1 в точку B_1 :

$$v_1 = A_1 B_1 / \Delta t.$$

Перемещение $A_1 B_1$ изображения можно выразить через действительное перемещение AB рыбки и затем через ее действительную скорость v :

$$v = AB / \Delta t, \quad v_1 / v = A_1 B_1 / AB.$$

Для малых углов φ и α из рис. 56 следует, что $AB \approx R\varphi$, $A_1B_1 = DC \approx R\alpha$, где R — радиус сферического аквариума. Следовательно,

$$v_1/v = A_1B_1/AB = \alpha/\varphi.$$

Как видно из рис. 56, угол $\gamma = 180^\circ - 2\beta = 180^\circ - \alpha - \varphi$. Отсюда следует, что $\varphi = 2\beta - \alpha$ и

$$\frac{v_1}{v} = \frac{\alpha}{2\beta - \alpha} = \frac{\alpha/\beta}{2 - \alpha/\beta}.$$

Для малых углов α и β $\alpha/\beta \approx \sin \alpha / \sin \beta = n$, откуда

$$\frac{v_1}{v} = \frac{n}{2 - n}.$$

При $n=4/3$ получаем $v_1/v=2$, т. е. $v_1=2v$, вектор v_1 скорости перемещения изображения рыбки направлен в ту же сторону, что и вектор скорости v рыбки.

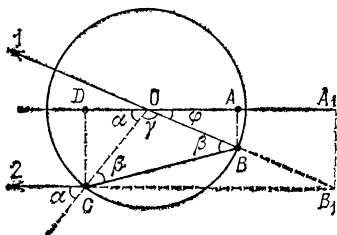


Рис. 56

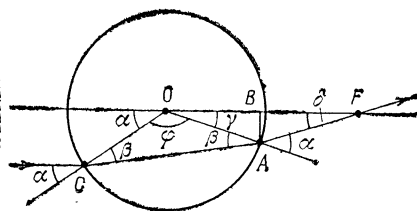


Рис. 57

Найдем теперь скорость v_2 перемещения второго изображения. Сначала определим фокусное расстояние аквариума как шаровой линзы.

Рассмотрим ход произвольного луча света, проходящего на небольшом расстоянии от центра O сферического аквариума (рис. 57). После преломления на двух границах раздела «воздух — вода» (в точке C) и «вода — воздух» (в точке A) луч отклоняется от первоначального направления распространения и пересекает прямую, проходящую через центр O и параллельную первоначальному направлению луча в некоторой точке F . Найдем расстояние BF , которое обозначим a ($BF=a$).

Для малых углов γ и δ можно записать приближенные равенства

$$AB \approx BF \cdot \delta \quad \text{и} \quad AB \approx OB \cdot \gamma.$$

Так как $OB \approx R$, из этих равенств следует

$$a\delta = R\gamma, \quad \text{или} \quad a = R\gamma/\delta.$$

Остается выразить a через величины углов γ и δ . Для углов $\triangle AOF$ можно записать равенство

$$\delta = \alpha - \gamma.$$

Так как угол $\gamma = 2\beta - \alpha$, получим

$$\delta = 2\alpha - 2\beta.$$

Подставляя полученные значения для углов γ и δ в выражение для a , находим

$$a = R \frac{2\beta - \alpha}{2\alpha - 2\beta} = R \frac{2 - \alpha/\beta}{2(\alpha/\beta - 1)}.$$

Углы α и β являются соответственно углами падения и преломления световых лучей на границе «воздух — вода». Для малых углов α и β $\alpha/\beta \approx \sin \alpha / \sin \beta = n$. Отсюда

$$a = R \frac{2 - n}{2(n - 1)}.$$

Подставив значение показателя преломления $n = 4/3$, получаем

$$a = R.$$

Следовательно, фокус шарового аквариума с водой находится на расстоянии R от его поверхности или на расстоянии $2R$ от его центра.

Рассматривая изображение рыбки в плоском зеркале как действительный объект, найдем его изображение после прохождения лучей через аквариум.

Для нахождения положения изображения точки B_1 выберем два луча, один из которых проходит через центр O сферы, второй — через

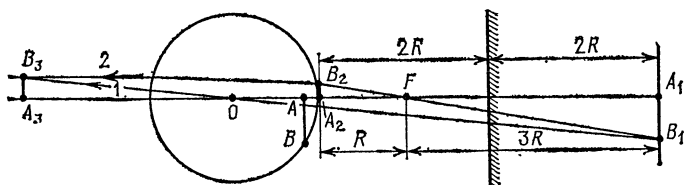


Рис. 58

фокус F на прямой OA (рис. 58). Луч 1 пройдет через аквариум без изменения направления, луч 2 после прохождения аквариума пойдет параллельно прямой OA . Изображение точки B_1 получится в точке B_3 пересечения этих лучей.

Используя рис. 58, можно установить соотношение между действительным перемещением AB рыбки в аквариуме и перемещением A_3B_3 ее изображения перед аквариумом.

При отражении в плоском зеркале выполняется равенство

$$A_1B_1 = AB.$$

Из подобия треугольников FA_2B_2 и FA_1B_1 следует

$$A_2B_2 / A_1B_1 = R / 3R = 1/3,$$

$$A_2B_2 = A_1B_1 / 3 = AB / 3.$$

Расчеты, аналогичные проведенным для первого случая, показывают, что

$$A_3B_3 / A_2B_2 = 2, \text{ следовательно, } A_3B_3 = 2A_2B_2 = \frac{2}{3}AB.$$

Таким образом, скорость второго изображения рыбки

$$v_2 = A_3 B_3 / \Delta t = 2/3 (v \Delta t / \Delta t) = 2/3 v$$

направлена в сторону, противоположную направлению скорости рыбки:

$$v_2 = -2/3 v.$$

Относительная скорость, с которой будут расходиться два изображения рыбки, равна:

$$\begin{aligned} v_{\text{отн}} &= v_1 - v_2, \\ v_{\text{отн}} &= 2v + 2/3 v = 8/3 v. \end{aligned}$$

24. Для выполнения экспериментального задания можно собрать цепь по схеме рис. 59 и с помощью реостата изменять полное сопротивление внешней цепи R . Результаты измерений силы тока I , напряжения

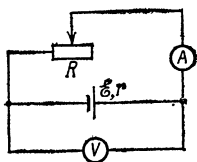


Рис. 59

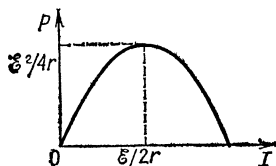


Рис. 60

U и полезной мощности $P = IU$ вносятся в таблицу. Полезной мощностью считаем мощность, выделяемую на реостате и амперметре. График зависимости $P = f(I)$ теоретически представляет собой параболу (рис. 60). Действительно, зависимость полезной мощности от силы тока выражается формулой

$$P = IU = I(\mathcal{E} - Ir) = I\mathcal{E} - I^2 r.$$

Исследование зависимости мощности P от силы тока I на экстремум приводит к результатам

$$P'_I = \mathcal{E} - 2Ir = 0,$$

или

$$I = \mathcal{E}/2r;$$

$$P''_I = -2r < 0.$$

Таким образом, максимум мощности достигается при силе тока, равной $I = \mathcal{E}/2r$. Мощность при этом будет

$$P_{\text{max}} = \frac{\mathcal{E}}{2r} \left(\mathcal{E} - \frac{\mathcal{E}}{2} \right) = \frac{\mathcal{E}^2}{4r}.$$

Полезная мощность достигает максимального значения при равенстве сопротивлений R и r :

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r} = \frac{\mathcal{E}}{2r}.$$

Отмечая по графику значение силы тока I и соответствующее значение максимальной мощности P_{\max} , можно рассчитать внутреннее сопротивление источника тока r и его э.д.с.:

$$P_{\max} = I_{\max}^2 r, \quad r = P_{\max} / I_{\max}^2;$$

$$\mathcal{E} = 2I_{\max} r = 2I_{\max} P_{\max} / I_{\max}^2 = 2P_{\max} / I_{\max}.$$

Используя полученный график, нетрудно построить требуемые графики.

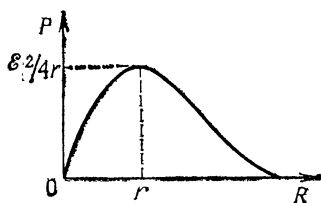


Рис. 61

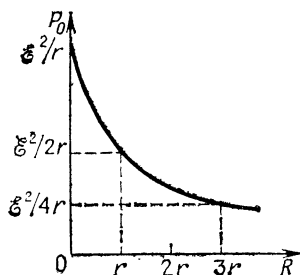


Рис. 62

а) Полезная мощность P (рис. 61) зависит от внешнего сопротивления R :

$$P = I^2 R = \frac{\mathcal{E}^2 R}{(R+r)^2} = \frac{\mathcal{E}^2}{R+r} \frac{R}{R+r} = \frac{\mathcal{E}^2}{R+r} \left(\frac{1}{1+r/R} \right).$$

Максимальное значение полезной мощности достигается при $R=r$ и равно $P_{\max} = \mathcal{E}^2/4r$.

б) Полная мощность P_0 (рис. 62) зависит от внешнего сопротивления R :

$$P_0 = I \mathcal{E} = \frac{\mathcal{E}}{R+r} \mathcal{E} = \frac{\mathcal{E}^2}{R+r}.$$

Максимальное значение полной мощности достигается при $R=0$, а затем при возрастании R полная мощность убывает.

в) Коэффициент полезного действия η источника зависит от внешнего сопротивления R :

$$\eta = \frac{P}{P_0} = \frac{\mathcal{E}^2 R (R+r)}{(R+r)^2 \mathcal{E}^2} = \frac{R}{R+r} = \frac{1}{1+r/R}.$$

При возрастании R от нуля до значений во много раз больших, чем r , к. п. д. возрастает от 0 до 1 (рис. 63).

Следует заметить, что при использовании обычных батареек недопустимо проводить измерения в области больших токов (порядка нескольких ампер), так как параметры батарейки при больших токах быстро изменяются (это связано, в частности, с сильным нагревом батареек).

25. 1) На цилиндры, скатывающиеся с наклонной плоскости, действуют следующие внешние силы (рис. 64): сила тяжести mg , сила реакции N и сила трения $F_{\text{тр}}$. (Заметим, что $F_{\text{тр}} \leq \mu N$.)

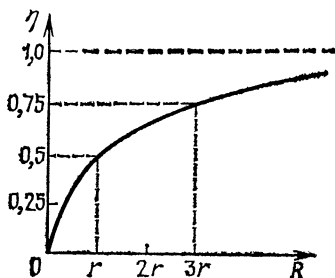


Рис. 63

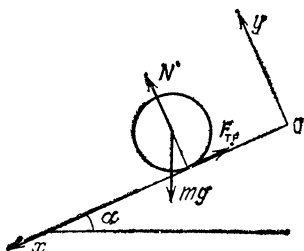


Рис. 64

Запишем уравнения второго закона Ньютона в проекциях на координатные оси:

$$Mg \sin \alpha - F_{\text{тр}} = Ma, \quad (1)$$

$$N - Mg \cos \alpha = 0, \quad (2)$$

где a — ускорение оси цилиндра, M — полная масса каждого цилиндра.

Цилиндр вращается с угловым ускорением ε :

$$\varepsilon = a/R,$$

где R — радиус цилиндра.

Так как это ускорение сообщается цилиндру силой трения, то, применив основное уравнение динамики вращательного движения твердого тела, получим

$$F_{\text{тр}} R = I \varepsilon = I \frac{a}{R}, \quad (3)$$

где I — момент инерции цилиндра. Эта запись справедлива, если цилиндр скатывается без проскальзывания.

Из выражений (3) и (1) имеем

$$\begin{aligned} Mg \sin \alpha - I \frac{a}{R^2} &= Ma, \\ a &= \frac{Mg \sin \alpha}{M + I/R^2} = \frac{g \sin \alpha}{1 + I/MR^2}. \end{aligned} \quad (4)$$

Обозначим r — внутренний радиус первого и третьего цилиндров, ρ — плотность вещества первого цилиндра. Тогда по условию задачи плотности вещества второго и третьего цилиндров будут в n раз меньше:

$$\rho_2 = \rho_3 = \rho/n.$$

Из условия равенства масс первого и второго цилиндров получим:

$$\begin{aligned} \rho \pi (R^2 - r^2) l &= \frac{\rho}{n} \pi R^2 l, \\ \frac{r}{R} &= \sqrt{\frac{n-1}{n}}. \end{aligned} \quad (5)$$

Момент инерции первого цилиндра

$$I_1 = \frac{1}{2} M (R^2 + r^2). \quad (6)$$

С учетом (5) получим

$$I_1 = \frac{1}{2} M R^2 (2 - 1/n).$$

Момент инерции второго цилиндра

$$I_2 = \frac{1}{2} M R^2. \quad (7)$$

Жидкость, находящаяся в полости третьего цилиндра, вклад в энергию вращательного движения не вносит, так как при отсутствии трения между жидкостью и стенками цилиндра она не вращается.

Плотность вещества третьего цилиндра в n раз меньше плотности вещества первого цилиндра, поэтому эффективная (вращающаяся) масса третьего цилиндра $M_{\text{эф}} = M/n$, а его момент инерции

$$I_3 = \frac{1}{2} M_{\text{эф}} R^2 (2 - 1/n) = \frac{1}{2} \frac{M R^2}{n} (2 - 1/n). \quad (8)$$

Подставляя значения I_1 , I_2 и I_3 в выражение (4), получим

$$a_1 = \frac{2g \sin \alpha}{4 - 1/n} = \frac{2g \sin \alpha}{3 + (1 - 1/n)}; \quad (9)$$

$$a_2 = \frac{2}{3} g \sin \alpha; \quad (10)$$

$$a_3 = \frac{2g \sin \alpha}{2 + 2/n - 1/n^2} = \frac{2g \sin \alpha}{3 + (2/n - 1/n^2 - 1)} = \frac{2g \sin \alpha}{3 - (1 - 2/n + 1/n^2)}. \quad (11)$$

Сравнение ускорений

$$a_1 : a_2 : a_3 = \frac{2}{3 + (1 - 1/n)} : \frac{2}{3} : \frac{2}{3 - (1 - 2/n + 1/n^2)}$$

показывает, что $a_1 \leq a_2 \leq a_3$.

2) Условие скатывания цилиндров без проскальзывания:

$$F_{\text{тр}} \leq \mu N.$$

Из уравнения (2)

$$N = Mg \cos \alpha, \quad F_{\text{тр}} \leq \mu Mg \cos \alpha.$$

Из уравнения (3)

$$F_{\text{тр}} = I a / R^2, \quad I a / R^2 \leq \mu Mg \cos \alpha.$$

Используя уравнение (4), запишем

$$\frac{I g \sin \alpha}{R^2 (1 + I / M R^2)} \leq \mu Mg \cos \alpha,$$

или

$$\operatorname{tg} \alpha \leq \mu (1 + M R^2 / I). \quad (12)$$

Найдем максимальные значения $\operatorname{tg} \alpha$, при которых каждый из цилиндров не проскальзывает:

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = \mu (1 + M R^2 / I_1) = \mu \left[1 + \frac{M R^2}{\frac{1}{2} M R^2 (2 - 1/n)} \right] = \frac{4n - 1}{2n - 1} \mu,$$

$$\operatorname{tg} \alpha_2 = \mu (1 + M R^2 / I_2) = \mu \left[1 + \frac{M R^2}{\frac{1}{2} M R^2} \right] = 3\mu,$$

$$\begin{aligned}\operatorname{tg} \alpha_3 &= \mu (1 + MR^2/I_3) = \\ &= \mu \left[1 + \frac{MR^2}{I_{1/2} (MR^2/n) (2 - 1/n)} \right] = \frac{2n^2 + 2n - 1}{2n - 1} \mu.\end{aligned}$$

При $n > 1$ минимальный угол, при котором ни один цилиндр не проскальзывает, соответствует углу

$$\alpha_1 = \operatorname{arctg} \frac{4n - 1}{2n - 1} \mu. \quad (13)$$

П р и м е ч а н и е. Из выражения (12) следует, что угол α убывает при возрастании момента инерции I . Максимальный момент инерции — у первого цилиндра. Это мы показали, доказав, что $a_1 \leq a_2 \leq a_3$. Отсюда сразу следует, что

$$\operatorname{tg} \alpha_{\min} = \frac{4n - 1}{2n - 1} \mu, \quad \alpha_{\min} = \operatorname{arctg} \frac{4n - 1}{2n - 1} \mu.$$

3) Для случая качения со скольжением всех цилиндров запишем

$$F_{\text{тр}} = \mu Mg \cos \alpha, \quad \varepsilon = \frac{F_{\text{тр}} R}{I} = \frac{\mu Mg R \cos \alpha}{I}.$$

Отношение угловых ускорений равно

$$\varepsilon_1 : \varepsilon_2 : \varepsilon_3 = \frac{1}{I_1} : \frac{1}{I_2} : \frac{1}{I_3} = \frac{1}{2 - 1/n} : 1 : \frac{1}{(1/n) (2 - 1/n)} = 1 : \left(2 - \frac{1}{n} \right) : n. \quad (14)$$

Из выражения (14) видно, что наибольшее угловое ускорение при $n > 1$ — у третьего цилиндра.

4) В случае скольжения третьего цилиндра необходимо дополнительно рассмотреть силы, действующие на жидкость: силу тяжести mg и силу F — равнодействующую сил давления стенок на жидкость (рис. 65). На основании второго закона Ньютона можно записать

$$\begin{aligned}mg \sin \alpha + F_x &= ma, \\ -mg \cos \alpha + F_y &= 0,\end{aligned}$$

где ускорение цилиндра (и жидкости)

равно $a = \frac{mg \sin \alpha - F_{\text{тр}}}{m}$ или $a = g (\sin \alpha - \mu \cos \alpha)$. Следовательно, $F_x = -\mu mg \cos \alpha$, $F_y = mg \cos \alpha$. Отсюда модуль искомой силы F равен

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = mg \sqrt{1 + \mu^2} \cos \alpha,$$

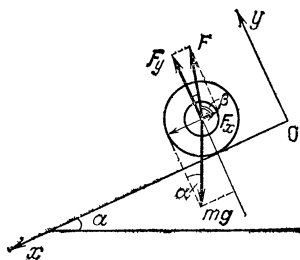


Рис. 65

а направление вектора этой силы определяется углом β (рис. 65):

$$\operatorname{tg} \beta = F_y / F_x = 1/\mu, \quad \text{или} \quad \beta = \operatorname{arctg} (1/\mu).$$

26. 1) Обозначим v — скорость молекулы в системе отсчета $x y z$, а v_x — ее проекцию на ось Ox , перпендикулярную поршню (рис. 66).

В системе отсчета $x'y'z'$ (рис. 67), движущейся со скоростью поршня u , скорость молекулы равна $v' = v - u$. Проекция скорости молекулы на ось $O'x'$ равна $v'_x = v_x - u$, а после упругого взаимодействия молекулы с поршнем становится равной

$$v''_x = -(v_x - u) = u - v_x.$$

В неподвижной системе координат $x y z$ проекция скорости молекулы, отлетающей от поршня, на ось Ox равна

$$v''_x = 2u - v_x.$$

Поскольку все направления движения молекул равновероятны, то

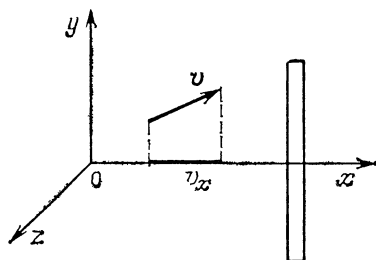


Рис. 66

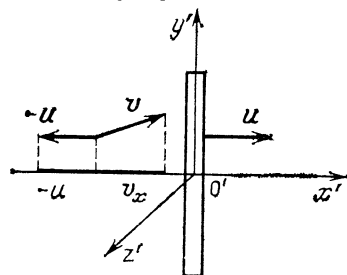


Рис. 67

модуль скорости подлетающих к поршню молекул будет равен

$$v_0 = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} = v_x \sqrt{3},$$

а модуль скорости отлетающих от поршня молекул равен

$$v = \sqrt{(v''_x)^2 + v_y^2 + v_z^2} = \sqrt{(2u - v_x)^2 + 2v_x^2}.$$

Изменение кинетической энергии молекулы после столкновения с поршнем равно

$$\Delta E_k = \frac{mv^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2} = \frac{m}{2} [(2u - v_x)^2 + 2v_x^2 - 3v_x^2] = 2mu^2 - 2muv_x. \quad (1)$$

Так как скорость теплового движения молекул v_x намного больше скорости движения поршня u ($v_x \gg u$), то $\Delta E_k \approx -2muv_x$. За время Δt с поршнем площадью S сталкивается Z молекул:

$$Z = \frac{1}{2} n |\overline{v_x - u}| S \Delta t, \quad (2)$$

где n — концентрация молекул, $|\overline{v_x - u}|$ — среднее значение модуля разности скоростей v_x и u .

Следовательно, за время Δt внутренняя энергия всего газа изменяется на величину

$$\begin{aligned} \Delta U = \Delta E_k Z &= -2muv_x \cdot \frac{1}{2} n |\overline{v_x - u}| S \Delta t = \\ &= -nmS \overline{v_x^2} u \Delta t = -\frac{1}{3} nmS \overline{v^2} u \Delta t. \quad (3) \end{aligned}$$

Полная энергия молекул газа в объеме V равна

$$U = nV \frac{m\bar{v}^2}{2}. \quad (4)$$

Из выражений (3) и (4) получим

$$\frac{\Delta U}{U} = -\frac{2}{3} \frac{Su \Delta t}{V}.$$

Так как изменение объема $\Delta V = Su \Delta t$, то

$$\frac{\Delta U}{U} = -\frac{2}{3} \frac{\Delta V}{V}, \quad \text{или} \quad \frac{\Delta U}{U} + \frac{2}{3} \frac{\Delta V}{V} = 0. \quad (5)$$

Перейдем к бесконечно малым приращениям и проинтегрируем выражение (5):

$$\int \frac{dU}{U} + \frac{2}{3} \int \frac{dV}{V} = 0, \\ \ln U + \frac{2}{3} \ln V = \text{const}, \quad \text{или} \quad UV^{2/3} = \text{const}.$$

Так как $U \sim T$ ($U = \frac{3}{2} \frac{m}{M} RT$), то

$$TV^{2/3} = \text{const}, \quad (6)$$

что и требовалось доказать.

2) Обозначим начальные параметры состояния аргона в цилиндре P_1 , V_1 , T_1 , а конечные параметры P_2 , V_2 , T_2 . По условию $V_2 = 8V_1$.

Так как плотность кислорода в цилиндре B увеличилась в 2 раза, то при той же массе объем кислорода V уменьшился в 2 раза: $V = V_B/2$, где V_B — начальный его объем.

Так как сумма объемов газов в двух цилиндрах остается неизменной $V_A + V_B = \text{const}$, то

$$V_1 + V_B = V_2 + V_B/2 = 8V_1 + V_B/2.$$

Отсюда

$$V_1 = V_B/14; \quad V_1 = 0,396 \text{ м}^3, \\ V_2 = 8V_1; \quad V_2 = 3,166 \text{ м}^3.$$

Как мы доказали в п. 1, процесс в цилиндре A описывается уравнением

$$T_1 V_1^{2/3} = T_2 V_2^{2/3}.$$

Из этого уравнения следует:

$$T_1/T_2 = (V_2/V_1)^{2/3} = (8V_1/V_1)^{2/3} = 8^{2/3} = 4,$$

т. е. при адиабатическом увеличении объема в 8 раз температура уменьшается в 4 раза. За счет уменьшения внутренней энергии аргона совершается работа $A = -\Delta U = \frac{3}{2} \frac{m}{M} R (T_1 - T_2)$ ($Q_A = 0$, так как нет теплообмена). При этом в сосуде B выделяется и передается термостату количество теплоты $Q = A$ ($\Delta U_B = 0$, так как процесс

изостермический), следовательно,

$$Q = -\Delta U = \frac{3}{2} \frac{m}{M} R (T_1 - T_2).$$

По условию задачи $T_1 = 4T_2$, поэтому

$$T_1 = \frac{8}{9} \frac{QM}{mR}, \quad T_2 = \frac{2}{9} \frac{QM}{mR}.$$

Подставив данные значения, получим $T_1 = 1000 \text{ К}$, $T_2 = 250 \text{ К}$.

Из уравнения Менделеева — Клапейрона найдем искомые значения P_1 и P_2 :

$$P_1 = \frac{mT_1R}{V_1M} = \frac{8Q}{9V_1} = \frac{112Q}{9V_B} = 16,8 \cdot 10^6 \text{ Па};$$

$$P_2 = \frac{mT_2R}{V_2M} = \frac{2}{9} \frac{Q}{V_2} = \frac{7}{18} \frac{Q}{V_B} = 5,25 \cdot 10^5 \text{ Па}.$$

3) После открывания кранов в обоих сосудах устанавливается температура $t = 27^\circ\text{С}$ ($T = 300 \text{ К}$).

Суммарное давление смеси газов по закону Дальтона будет равно сумме парциальных давлений аргона и кислорода:

$$P = P_{\text{Ar}} + P_{\text{O}_2},$$

$$P_{\text{Ar}} = \frac{mRT}{M(V_1 + V_B)} = \frac{mRT}{M(V_B/14 + V_B)} = \frac{14}{15} \frac{mRT}{MV_B} \approx 3,36 \cdot 10^5 \text{ Па}.$$

Кислород расширился, но его температура в конце процесса та же, что и в начале, поэтому запишем:

$$P_2 \frac{V_B}{2} = P_{\text{O}_2} (V_B + V_1) = P_{\text{O}_2} \left(V_B + \frac{V_B}{14} \right) = \frac{15}{14} P_{\text{O}_2}.$$

При равновесии начальное давление кислорода было равно конечному давлению аргона P_2 :

$$P_{\text{O}_2} = \frac{7}{15} P_2 = 2,45 \cdot 10^5 \text{ Па}.$$

Окончательно получаем: $P = 5,81 \cdot 10^5 \text{ Па}$.

27. Причиной возникновения силы, поднимающей жидкость в зазоре между пластинами конденсатора, является неоднородность электростатического поля у края пластин конденсатора. Жидкость поляризуется, и на каждый ее диполь действует сила, втягивающая его в область более сильного поля, т. е. внутрь конденсатора. Конденсатор отключен от источника тока, заряд на его пластинах не изменяется:

$$Q_0 = C_0 U_0.$$

При поднятии жидкости на высоту h (рис. 68) общий заряд пластин сохраняется, а емкость C полученного конденсатора станет равной

$$C = C_1 + C_2 = C_0 \varepsilon \frac{h}{H} + C_0 \frac{H-h}{H},$$

где H — высота пластин конденсатора. Энергия электрического поля такого конденсатора вместе с потенциальной энергией поднятой жидкос-

ти равна

$$W = \frac{Q_0^2}{2C} + \frac{mgh}{2} = \frac{Q_0^2}{2C_0 [\epsilon h/H + (H-h)/H]} + \frac{\rho H h d g h}{2} = \\ = \frac{Q_0^2 H}{2C_0 [H + h(\epsilon - 1)]} + \frac{\rho g H d h^2}{2},$$

где d — расстояние между пластинами, H — ширина каждой пластины конденсатора (считаем их для простоты квадратными).

Условие равновесия — минимальное значение энергии $W(h)$.

Для исследования функции $W(h)$ на минимум берем производную $W'(h)$ и приравниваем ее нулю. При этом высоту подъема жидкости обозначим h_1 :

$$W'(h) = -\frac{Q_0^2 H (\epsilon - 1)}{2C_0 [H + h_1 (\epsilon - 1)]^2} + \rho g H d h_1 = 0,$$

или

$$h_1 [H + h_1 (\epsilon - 1)]^2 = \frac{Q_0^2 (\epsilon - 1)}{2C_0 \rho d g}.$$

Введем обозначения: $h_1/H = \alpha$ и

$$\frac{Q_0^2 (\epsilon - 1)}{2C_0 \rho g} \frac{1}{dH^3} = \frac{W_0 (\epsilon - 1)}{\rho g d H^3} = \\ = \frac{W_0}{W_{\max}} \frac{\epsilon - 1}{2} = A,$$

где W_{\max} — потенциальная энергия жидкости, заполняющей весь конденсатор.

Подставляя эти обозначения в последнее уравнение, получаем кубическое уравнение относительно α :

$$\alpha[1 + \alpha(\epsilon - 1)]^2 = A.$$

При небольших значениях α и ϵ приближенное решение этого уравнения

$$\alpha = A,$$

откуда

$$h_1 = H \frac{W_0}{W_{\max}} \frac{(\epsilon - 1)}{2} = \frac{(\epsilon - 1) \epsilon_0 E_0^2}{2\rho g}.$$

Нет смысла вычислять это значение более строго, так как даже для воды ($\epsilon = 81$), приняв $E_0 = 10^4$ В/м, получим

$$h_1 = \frac{(81 - 1) 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 10^8}{2 \cdot 10^3 \cdot 10} = 4 \cdot 10^{-6} \text{ м},$$

что явно меньше влияния капиллярности и других эффектов. Видно также, что конденсатор не заполняется жидкостью целиком.

28. 1) Если бы справа за линзой был воздух, то лучи, выходящие из источника S_0 , преломившись в ней, сошлись бы в точке S_1 на расстоянии f_1 от линзы (рис. 69).

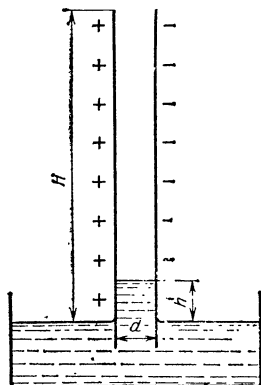


Рис. 68

В соответствии с формулой линзы

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{f_1} = \frac{1}{F_1},$$

имеем

$$\frac{F_1}{d} + \frac{F_1}{f_1} = 1.$$

При заполнении пространства справа за линзой средой с показателем преломления n_2 изображение источника S_0 смещается в точку S на расстояние f от линзы (рис. 69).

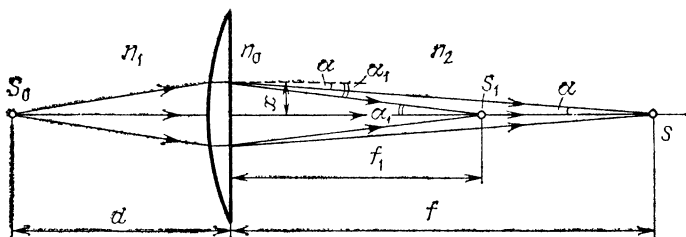


Рис. 69

Для доказательства искомого равенства нужно показать, что

$$\frac{F_1}{f_1} = \frac{F_2}{f}.$$

Запишем закон преломления для обоих случаев:

$$\frac{\sin \alpha_0}{\sin \alpha_1} = \frac{1}{n_0}; \quad \frac{\sin \alpha_0}{\sin \alpha} = \frac{n_2}{n_0},$$

где α_0 — угол падения луча на границе «линза — воздух». Из полученных выражений при малых значениях углов $\alpha_0, \alpha_1, \alpha$, когда $\sin \alpha \approx \alpha$, следует:

$$\alpha_1 = n_0 \alpha_0, \quad \alpha = \frac{n_0}{n_2} \alpha_0 \Rightarrow \alpha_1 = n_2 \alpha.$$

Так как $\alpha_1 = x/f_1$, $\alpha = x/f$, то $f = n_2 f_1$.

Рассмотрев ход пучка лучей, параллельного главной оптической оси, можно таким же образом доказать, что $F_2 = n_2 F_1$. Следовательно,

$$\frac{F_1}{f_1} = \frac{F_2/n_2}{f/n_2} = \frac{F_2}{f},$$

Из уравнений (1) и (2) следует

$$\frac{F_1}{d} + \frac{F_2}{f} = 1,$$

что и требовалось доказать.

2) Разрезанная линза дает два изображения S_1 и S_2 источника S на расстоянии f от линзы (рис. 70). Эти источники когерентны, они создают интерференционную картину на экране \mathcal{E} .

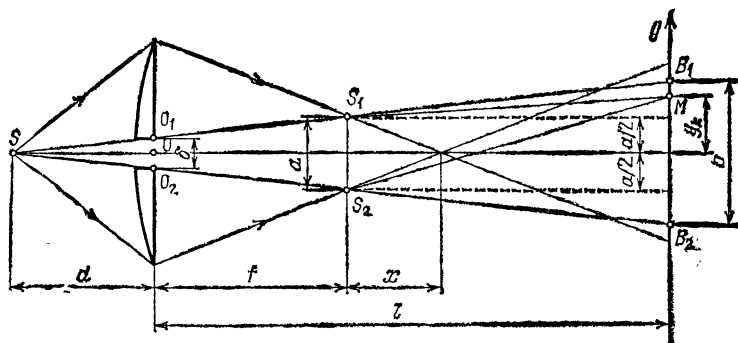


Рис. 70

Расстояние $a=S_1S_2$ между изображениями источника легко найти из подобия треугольников SO_1O_2 и SS_1S_2 :

$$\frac{a}{\delta} = \frac{d+f}{d}, \quad a = \delta \left(1 + \frac{f}{d} \right). \quad (1)$$

Интерференционная картина получается при наложении когерентных волн, испущенных источниками S_1 и S_2 . Размер $b=B_1B_2$ области, в которой видна интерференционная картина, можно определить из подобия треугольников SO_1O_2 и SB_1B_2 :

$$\frac{b}{\delta} = \frac{l+d}{d}; \quad b = \delta \left(1 + \frac{l}{d} \right). \quad (2)$$

Найдем координату y_k k -го максимума. Если этот максимум находится в точке M экрана, то должно выполняться соотношение

$$S_2M - S_1M = k\lambda,$$

где λ — длина волны. Обозначим $S_1M = L_1$, $S_2M = L_2$. Из рис. 70 видно, что

$$L_1^2 = (l-f)^2 + \left(y_k - \frac{a}{2} \right)^2,$$

$$L_2^2 = (l-f)^2 + \left(y_k + \frac{a}{2} \right)^2.$$

Вычитая из второго равенства первое, получим $L_2^2 - L_1^2 = 2y_k a$, или $(L_2 + L_1)(L_2 - L_1) = 2y_k a$, откуда

$$L_2 - L_1 = \frac{2y_k a}{L_2 + L_1}.$$

В случае, когда $y_k \ll l-f$, можно принять приближенное равенство $L_2 + L_1 \approx 2(l-f)$. Тогда

$$L_2 - L_1 \approx \frac{y_k a}{l-f};$$

$$a \frac{y_k}{l-f} = k\lambda, \quad y_k = \frac{k\lambda(l-f)}{a}. \quad (3)$$

Расстояние Δ между соседними максимумами равно

$$\Delta = y_k - y_{k-1} = \frac{k\lambda(l-f)}{a} - \frac{(k-1)\lambda(l-f)}{a} = \frac{\lambda(l-f)}{a}. \quad (4)$$

Из формулы (4) следует, что все максимумы находятся на одинаковом расстоянии друг от друга. Поэтому искомое число максимумов

$$N = \frac{B_1 B_2}{\Delta} = \frac{b}{\Delta}. \quad (5)$$

Подставляя выражения (1), (2) и (4) в (5), получим

$$N = \frac{\delta(1+l/d)a}{\lambda(l-f)} = \frac{\delta^2(1+l/d)(1+f/d)}{\lambda(l-f)}.$$

Ясно, что интерференционная картина будет при $l > f$. Из формулы линзы

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F}$$

можем записать

$$f = \frac{Fd}{d-F}, \quad \text{или} \quad \frac{f}{d} = \frac{F}{d-F}.$$

Тогда для N получим следующее выражение:

$$N = \frac{\delta^2}{\lambda} \frac{(l+d)}{l(d-F)-Fd}, \quad \text{где} \quad F = \frac{R}{n_0 - 1}.$$

29. 1) Для определения плотности вещества ρ , из которого изготовлены цилиндрические тела, учтем, что масса однородного цилиндра M равна

$$M = \pi R^2 H \rho, \quad (1)$$

где R — радиус основания цилиндра, H — его высота.

С другой стороны, масса этого тела равна массе вытесненной им воды M_1 :

$$M_1 = M = S_{\pi} H \rho_0, \quad (2)$$

где S_{π} — площадь погруженной в воду части основания цилиндра, ρ_0 — плотность воды.

Из уравнений (1) и (2) получим

$$\pi R^2 H \rho = S_{\pi} H \rho_0, \quad \rho = \rho_0 \frac{S_{\pi}}{\pi R^2}.$$

Как видно из рис. 71, площадь S_{Π} равна

$$S_{\Pi} = \pi R^2 \frac{360^\circ - 2\varphi}{360^\circ} + \frac{1}{2} R^2 \sin 2\varphi,$$

где 2φ — угол, под которым линия AB видна из точки O на оси цилиндра (рис. 71).

Определение плотности цилиндра возможно путем измерения глубины h погружения цилиндра в воду (рис. 72) (при этом надо аккуратно

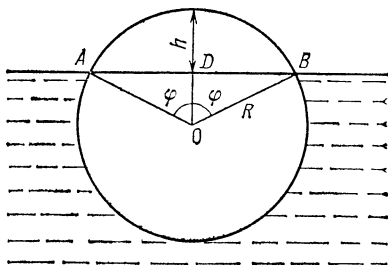


Рис. 71

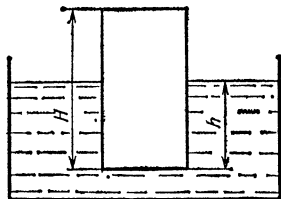


Рис. 72

поддерживать цилиндр в вертикальном положении). Плотность цилиндра в этом случае определяется по формуле

$$\rho = \rho_0 \frac{h}{H}.$$

2) Для определения радиуса цилиндрической полости r запишем выражения для массы цилиндра с полостью

$$M' = \pi \rho H (R^2 - r^2) \quad (3)$$

и равной ей массы M'_1 воды, вытесненной этим цилиндром:

$$M'_1 = M' = S'_{\Pi} H \rho_0, \quad (4)$$

где S'_{Π} — площадь погруженной части основания цилиндра с полостью.

Из выражений (3) и (4) получим

$$\pi (R^2 - r^2) \rho H = S'_{\Pi} H \rho_0, \quad r = \sqrt{R^2 - \frac{\rho_0 S'_{\Pi}}{\pi \rho}},$$

S'_{Π} определяется таким же способом, как и S_{Π} (см. п. 1)).

3) Для определения расстояния l между осями цилиндр с полостью устанавливают на наклонной плоскости и, постепенно увеличивая угол наклона к горизонту, находят максимальное значение угла α_{\max} , при котором тело еще не скатывается. Скатывание цилиндра начинается в том случае, когда центр масс C займет самое левое из всех возможных положений (рис. 73). Расстояние центра масс цилиндра с полостью от геометрического центра круга x равно

$$x = R \sin \alpha. \quad (5)$$

С другой стороны, расстояние x можно рассчитывать, рассматривая целый цилиндр как два тела: цилиндр с полостью и «вставка», заполняющая полость. Из условия равновесия сплошного цилиндра на горизонтальной поверхности следует

$$(Mg - mg)x = lmg, \quad (6)$$

где M — масса однородного цилиндра, m — масса «вставки».

Из выражений (5) и (6) получим

$$l = \frac{(M - m) R \sin \alpha}{m}. \quad (7)$$

Так как $M = \pi R^2 H \rho$, а $m = \pi r^2 H \rho$, искомое значение l равно

$$l = \frac{(R^2 - r^2) R \sin \alpha}{r^2}.$$

Этот ответ справедлив при выполнении условия $(M - m)g \sin \alpha < F_{\text{тр п}} = \mu (M - m)g \cos \alpha$, т. е. для углов $\alpha < \arctg \mu$, так как в противном случае начнется скольжение цилиндра по наклонной плоскости

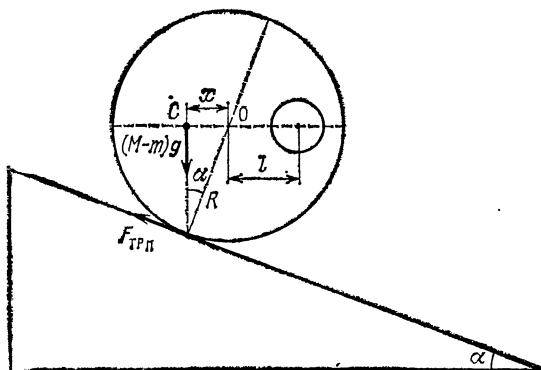


Рис. 73

(μ — коэффициент трения скольжения). В предложенной работе коэффициент трения был достаточно велик.

30. Согласно модели атома Бора излучение (или поглощение) кванта электромагнитной энергии возможно при переходе из одного стационарного состояния в другое:

$$E_k - E_n = h\nu_{kn} = hR \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{k^2} \right),$$

где R — постоянная Ридберга, h — постоянная Планка. Энергия ионизации атома водорода равна энергии перехода из основного состояния $n=1$ в состояние $k=\infty$:

$$E_{\infty} = hR \left(\frac{1}{1} - 0 \right) = hR. \quad (1)$$

Так как по условию атомы водорода находятся в основном состоянии, то минимальная энергия возбуждения $E_{\text{в}}$ равна

$$E_{\text{вmin}} = E_2 - E_1 = hR \left(1 - \frac{1}{4} \right) = \frac{3}{4} hR.$$

Учитывая выражение (1), получим

$$E_{\text{вmin}} = \frac{3}{4} E_{\text{и}}. \quad (2)$$

В системе отсчета, связанной с центром масс атомов, оба атома водорода имеют скорости, равные $v/2$. Применим закон сохранения энергии

$$2 \frac{m}{2} \left(\frac{v}{2} \right)^2 = E_{\text{к}} + E_{\text{в}}, \quad (3)$$

где $E_{\text{к}}$ — кинетическая энергия атомов после соударения ($E_{\text{к}} \geq 0$), $E_{\text{в}}$ — энергия возбуждения атома водорода.

Соударение будет упругим, если

$$2 \frac{m}{2} \left(\frac{v}{2} \right)^2 < E_{\text{вmin}} = \frac{3}{4} E_{\text{и}}.$$

Следовательно, из равенства $\frac{mv_0^2}{4} = \frac{3}{4} E_{\text{и}}$ предельная скорость v_0 , ниже которой столкновения атомов являются упругими, будет

$$v_0 = \sqrt{\frac{3E_{\text{и}}}{m}}.$$

Подставив числовые значения, получим $v_0 = 6,26 \cdot 10^4$ м/с.

Пусть v_0 — скорость налетающего атома. Тогда после неупругого столкновения система будет двигаться со скоростью u , модуль которой можно определить из закона сохранения импульса:

$$mv_0 = 2mu; \quad u = v_0/2.$$

Частоты излучения ν_1 и ν_2 , наблюдаемые в направлении движения и в противоположном направлении, согласно эффекту Доплера, можно определить как

$$\nu_1 \approx \nu_0 \left(1 + \frac{u}{c} \right), \quad \nu_2 = \nu_0 \left(1 - \frac{u}{c} \right),$$

где ν_0 — частота излучения неподвижного атома, c — скорость света.

Отсюда $\frac{\Delta\nu}{\nu_{\text{ср}}} = 2 \frac{\nu_1 - \nu_2}{\nu_1 + \nu_2} = 2 \frac{2u/c}{2} = \frac{2u}{c} = \frac{v_0}{c}$. Подставляя числовые данные, получим

$$\frac{\Delta\nu}{\nu_{\text{ср}}} = 2 \cdot 10^{-4}; \quad \frac{\Delta\nu}{\nu_{\text{ср}}} \cdot 100\% = 0,02\%.$$

31. 1) Разобьем мысленно пластинку на очень тонкие слои, перпендикулярные оси Ax . Внутри каждого слоя показатель преломления бу-

дем считать постоянным. При переходе из одного слоя в другой луч испытывает преломление (рис. 74). Ввиду различных флуктуаций реальный световой пучок нельзя направить на эти слои абсолютно точно под

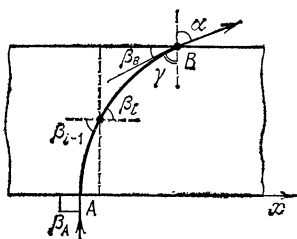


Рис. 74

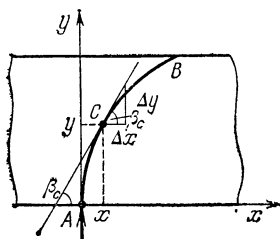


Рис. 75

углом падения 90° , поэтому пучок будет преломляться (это ясно и из обратимости лучей).

Запишем закон преломления для перехода луча из слоя $i-1$ в слой i :

$$\frac{\sin \beta_{i-1}}{\sin \beta_i} = \frac{n_i}{n_{i-1}}.$$

Записав такие же отношения для соседних слоев между сечениями A и B и перемножив их, получим

$$n_A \sin \beta_A = n_B \sin \beta_B.$$

По условию задачи $n_A = n_0$, $\beta_A = 90^\circ$, откуда найдем

$$n_0 = n_B \sin \beta_B. \quad (1)$$

Рассмотрим преломление на границе «стекло—воздух» в точке B (рис. 74):

$$\frac{\sin \gamma}{\sin \alpha} = \frac{1}{n_B},$$

где $\gamma = \beta_A - \beta_B = \pi/2 - \beta_B$. Следовательно, $\sin \gamma = \cos \beta_B = (\sin \alpha)/n_B$, откуда

$$\sin \beta_B = \sqrt{1 - (\sin^2 \alpha) / n_B^2}. \quad (2)$$

Из (1) и (2) получаем

$$n_c = n_B \sqrt{1 - (\sin^2 \alpha) / n_B^2}, \text{ или } n_B = \sqrt{n_0^2 + \sin^2 \alpha}.$$

Подставив числовые данные, найдем $n_B = 1,3$.

2) По условию задачи $n_B = \frac{n_0}{1 - x_B/R}$, тогда

$$x_B = R(1 - n_0/n_B); \quad x_B = 0,01 \text{ м.}$$

3) Как было показано в п. 1), в точке C с координатами x и y (рис. 75) выполняется равенство

$$n_C \sin \beta_C = n_0 \sin \beta_A = n_0.$$

Следовательно,

$$\sin \beta_C = n_0/n_C. \quad (3)$$

Подставив условие

$$n_C = \frac{n_0}{1-x/R}$$

в выражение (3), получим

$$\sin \beta_C = 1 - x/R. \quad (4)$$

Проведем ряд математических преобразований, чтобы получить зависимость $\Delta y (\Delta x)$:

$$\sin \beta_C = \frac{\Delta y}{\sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}}. \quad (5)$$

Из (4) и (5) получаем

$$\sin \beta_C = \frac{\Delta y}{\sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}} = 1 - \frac{x}{R} = \frac{R-x}{R}. \quad (6)$$

Из равенства (6) следует

$$\operatorname{tg} \beta_C = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{R-x}{\sqrt{R^2 - (R-x)^2}}.$$

Отсюда находим зависимость $\Delta y (\Delta x)$:

$$\Delta y = \frac{R-x}{\sqrt{R^2 - (R-x)^2}} \Delta x. \quad (7)$$

Проинтегрировав выражение (7) в пределах от 0 до x_B , получим

$$d=y_B = \int_0^{x_B} \frac{R-x}{\sqrt{R^2 - (R-x)^2}} dx = \sqrt{R^2 - (R-x)^2} \Big|_0^{x_B} = \sqrt{x_B (2R - x_B)};$$

$$y_d = 0,05 \text{ м.}$$

32. Схема возможного двигателя представлена на рис. 76. Полный цикл такого двигателя совершается за 4 такта.

1-й такт: кран K_1 открыт, кран K_2 закрыт. Через пленку Π_1 в цилиндр входит газ из пещеры, а через пленку Π_2 — воздух из атмосферы. Давление в цилиндре равно сумме парциальных давлений воздуха и газа: $P = P_0 + P_0 = 2P_0$.

Концентрация газа и воздуха при этом с разных сторон цилиндра одинакова. Избыточное давление выталкивает поршень.

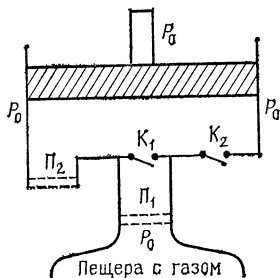


Рис. 76

При перемещении поршня концентрация воздуха и газа уменьшается, что вызывает новый приток вещества, который создает новый сдвиг поршня. На поршень при этом нужно поместить такой груз, чтобы поршень двигался очень медленно и практически без ускорения.

2-й такт: краны K_1 и K_2 закрываем. Объем газов в цилиндре продолжает увеличиваться при постоянной температуре (для чего нагрузку необходимо понемногу убирать), дополнительно совершается работа.

3-й такт: открываем кран K_2 . Давление в цилиндре будет равно P_0 .

4-й такт: при постоянном давлении P_0 внутри цилиндра мы уменьшаем его объем до нуля, положив на поршень совсем легкий грузик (этого достаточно, так как $P_{\text{внутр}} = P_{\text{наружн}}$).

Цикл, изображенный на рис. 77, завершен. Затем открываем кран K_1 , закрываем кран K_2 , и цикл повторяется.

Полезная работа за цикл равна $A = A_1 + A_2 = P_0 V_0 + + \int_{V_0}^{V_1} P_0 \frac{V_0}{V} dV = P_0 V_0 + P_0 V_0 \ln \frac{V_1}{V_0} = P_0 V_0 \left(1 + \ln \frac{V_1}{V_0} \right)$.

Так как объем V_1 можно в принципе сделать неограниченно большим, то работа и мощность такого двигателя теоретически ничем не ограничены.

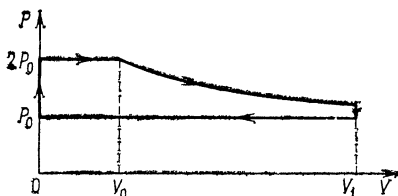


Рис. 77

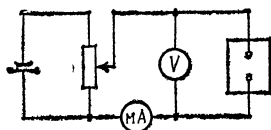


Рис. 78

33. Собрав цепь по схеме, изображенной на рис. 78, можно при напряжении U_1 измерить два значения силы тока I_1 и I'_1 при разной полярности включения источника тока, затем таким же образом при напряжении U_2 — значения силы тока I_2 и I'_2 . Полученные результаты позволяли сделать следующие выводы:

- цепь проводит ток в обоих направлениях;
- при различной полярности включения источника сила тока имеет разные значения;
- при обоих направлениях сила тока является нелинейной функцией напряжения.

Таковыми свойствами может обладать цепь, представленная на рис. 12.

При одинаковой силе тока I , протекающего через цепь в разных направлениях, разность модулей напряжений U_2 и U_1 равна модулю напряжения на резисторе U : $U = U_2 - U_1$, где U_2 — напряжение на участке «диод — резистор», U_1 — напряжение на участке «диод».

Отсюда следует, что сопротивление резистора R равно

$$R = \frac{U}{I} = \frac{U_2 - U_1}{I}.$$

Более точный результат можно получить путем графического вычитания напряжений U_2 и U_1 вольтамперных характеристик, соответствующих одинаковым значениям силы тока, затем построить график

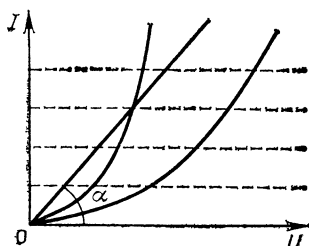


Рис. 79

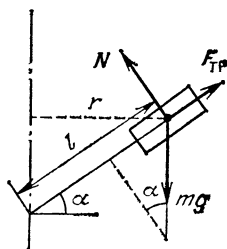


Рис. 80

$I \sim f(U_2 - U_1)$ и определить сопротивление по котангенсу угла наклона получившейся прямой (рис. 79):

$$R = \operatorname{ctg} \alpha = U/I.$$

34. а) Если стержень не вращается ($\omega = 0$), то для равновесия тела (рис. 80) должны выполняться следующие условия:

$$\begin{aligned} mg \sin \alpha - F_{\text{тр}} &= 0, \\ N - mg \cos \alpha &= 0. \end{aligned}$$

Так как $F_{\text{тр}} \leq \mu N$, получим:

$$\begin{aligned} mg \sin \alpha &\leq \mu mg \cos \alpha, \\ \mu &\geq \operatorname{tg} \alpha. \end{aligned} \quad (1)$$

Максимальный угол β , при котором тело еще покоится, определяется из соотношения

$$\mu = \operatorname{tg} \beta. \quad (2)$$

Из (1) и (2) условие равновесия можно записать в виде

$$\operatorname{tg} \beta \geq \operatorname{tg} \alpha, \text{ или } |\alpha| \leq |\beta|.$$

При $|\alpha| > |\beta| = \operatorname{arctg} \mu$ тело движется.

б) Если стержень вращается с постоянной угловой скоростью ω , то равнодействующая сил mg , N и $F_{\text{тр}}$ обеспечивает телу центростремительное ускорение $a_{\text{ц. с.}} = \omega^2 r = \omega^2 l \cos \alpha$ и при этом равна

$$F_R = mg + N + F_{\text{тр}} = ma_{\text{ц. с.}} \quad (3)$$

Сила трения $F_{\text{тр}}$ может быть направлена как вверх, так и вниз вдоль стержня. В зависимости от этого изменяется модуль равнодействующей силы F_R .

На рис. 81 изображена векторная сумма сил, действующих на тело в том случае, если сила трения направлена вверх по стержню:

$$F_R = mg \operatorname{tg} (\alpha - \varphi), \quad (4)$$

на рис. 82—если сила трения направлена вниз по стержню:

$$F_R = mg \operatorname{tg} (\alpha + \varphi). \quad (5)$$

Применив второй закон Ньютона для обоих случаев, получим

$$mg \operatorname{tg} (\alpha - \varphi) = m\omega^2 l \cos \alpha, \quad l = \frac{g}{\omega^2} \frac{\operatorname{tg} (\alpha - \varphi)}{\cos \alpha}, \quad (6)$$

$$mg \operatorname{tg} (\alpha + \varphi) = m\omega^2 l \cos \alpha, \quad l = \frac{g}{\omega^2} \frac{\operatorname{tg} (\alpha + \varphi)}{\cos \alpha}, \quad (7)$$

где $\operatorname{tg} \varphi = \frac{F_{\text{тр}}}{N} \leq \frac{\mu N}{N} \leq \mu = \operatorname{tg} \beta$, т. е. $\varphi \leq \beta = \operatorname{arctg} \mu$.

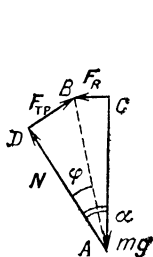


Рис. 81

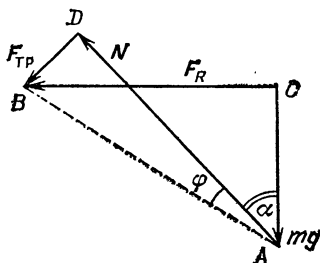


Рис. 82

Следовательно, тело не перемещается вдоль стержня, если выполняются условия

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} (\alpha - \varphi) &\geq \operatorname{tg} (\alpha - \beta), \\ \operatorname{tg} (\alpha + \varphi) &\leq \operatorname{tg} (\alpha + \beta), \end{aligned}$$

т. е.,

$$\frac{g}{\omega^2} \frac{\operatorname{tg} (\alpha - \beta)}{\cos \alpha} \leq l \leq \frac{g}{\omega^2} \frac{\operatorname{tg} (\alpha + \beta)}{\cos \alpha}.$$

Этот ответ справедлив при $\alpha \geq \beta$. Если $\beta > \alpha$, то условие равновесия тела на стержне следует записать в виде

$$0 \leq l \leq \frac{g}{\omega^2 \cos \alpha} \operatorname{tg} (\alpha + \beta).$$

35. а) Уравнение зависимости фокусного расстояния F линзы от показателя преломления стекла относительно воздуха n квадратное, следовательно, одно и то же значение F возможно только при двух значениях n , а значит, и при двух значениях длины волны λ , так как $n = n(\lambda)$ — монотонная функция.

б) Запишем выражение $F(n_1) = F(n_2)$, используя условие задачи:

$$\frac{n_1 r_1 r_2}{(n_1 - 1) [n_1 (r_2 - r_1) + d (n_1 - 1)]} = \frac{n_2 r_1 r_2}{(n_2 - 1) [n_2 (r_2 - r_1) + d (n_2 - 1)]}.$$

Проведя преобразования, получим

$$n_1 n_2 (n_2 - n_1) (r_2 - r_1 + d) = (n_2 - n_1) d.$$

Если $n_1 \neq n_2$, то

$$r_1 - r_2 = d \left(1 - \frac{1}{n_1 n_2} \right). \quad (1)$$

Так как $n_1 > 1$ и $n_2 > 1$, то

$$0 < r_1 - r_2 < d, \quad (2)$$

где d — толщина линзы ($d > 0$).

Возможны следующие случаи:

1) $r_1 > 0$, $r_2 > 0$, т. е. центры кривизны обеих линз лежат справа от точек S_1 и S_2 , причем $r_2 < r_1 < r_2 + d_1$. При этом $O_1 O_2 < S_1 S_2$ (рис. 83).

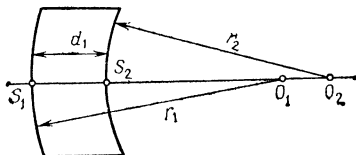


Рис. 83

2) $r_1 > 0$, $r_2 < 0$, при этом $0 < |r_1| + |r_2| < d_2$ (рис. 84).

3) $r_1 < 0$, $r_2 < 0$, при этом $0 < |r_2| - |r_1| < d_3$, т. е. $|r_1| < |r_2| < d_3 + |r_1|$ (рис. 85). Ясно, что и в этом случае $O_1 O_2 < S_1 S_2$.

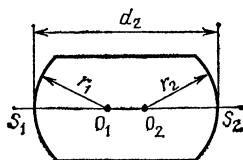


Рис. 84

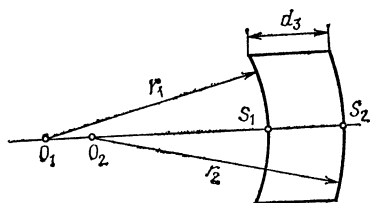


Рис. 85

П р и м е ч а н и е. Случай $r_1 < 0$, $r_2 > 0$ не удовлетворяет условию (2), так как при этом $r_1 - r_2 < 0$.

в) Для плосковыпуклой линзы $r_2 \rightarrow \infty$. Фокусное расстояние такой линзы будет стремиться к значению F_1 :

$$F_1 = \lim_{r_2 \rightarrow \infty} F(n) = \lim_{r_2 \rightarrow \infty} \frac{n r_1}{(n-1) \left[n \left(1 - \frac{r_1}{r_2} \right) + \frac{d}{r_2} (n-1) \right]} = \frac{r_1}{n-1}.$$

При заданном значении F получаем для n линейное уравнение

$$(n-1) F_1 = r_1,$$

т. е. определенное фокусное расстояние можно получить только при одном значении n (или λ).

г) Преобразовав исходное уравнение $F(n)$, получим

$$F(r_2 - r_1 + d)n^2 - [(r_2 - r_1)F + 2dF + r_1 r_2]n + Fd = 0.$$

Введем для удобства рассмотрения следующие обозначения:

$$\begin{aligned} A &= (r_2 - r_1 + d) F; \\ B &= -[(r_2 - r_1) F + 2Fd + r_1 r_2]; \\ C &= Fd. \end{aligned}$$

Переписав наше уравнение с учетом введенных обозначений, получим квадратное уравнение

$$An^2 + Bn + C = 0.$$

Это квадратное уравнение имеет только одно положительное действительное решение при выполнении одного из следующих условий:

1) $A = 0$, тогда $n = -C/B > 1$. При этом $r_1 = r_2 + d$,

$$\begin{aligned} n &= \frac{Fd}{F(r_2 - r_1) + 2Fd + r_1 r_2} > 1, \\ n &= \frac{Fd}{Fd + r_1 r_2} > 1. \end{aligned}$$

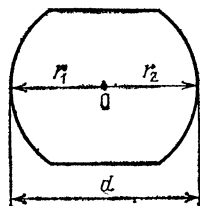


Рис. 86

Отсюда следует, что $r_1 r_2 < 0$, т. е. $r_2 < 0$, $r_1 > 0$, $d = |r_1| + |r_2|$. Этот случай представлен на рис. 86.

2) Дискриминант уравнения равен нулю: $B^2 - 4AC = 0$, тогда $n = -B/2A > 1$. При этом $[F(r_2 - r_1) + r_1 r_2]^2 + 4Fd r_1 r_2 = 0$,

$$n = \frac{F(2d + r_2 - r_1) + r_1 r_2}{2F(d + r_2 - r_1)} > 1.$$

3) $B = 0$, тогда $n^2 = -C/A > 1$. При этом $F(r_2 - r_1 + 2d) + r_1 r_2 = 0$,

$$n = \sqrt{-\frac{d}{r_2 - r_1 + d}} > 1,$$

4) Возможен также случай, когда один из двух корней уравнения отрицательный или меньше единицы. Тогда значение $n > 1$ будет только одно, и заданное фокусное расстояние можно реализовать только для одной длины волны.

36. а) Изменение кинетической энергии положительных ионов происходит вследствие совершения работы силами электростатического поля:

$$\begin{aligned} A &= \Delta E_k, \\ eU &= mv^2/2, \quad v = \sqrt{2eU/m}. \end{aligned} \quad (1)$$

На ион в магнитном поле действует сила Лоренца: $F = evB$. Эта сила сообщает иону центростремительное ускорение. Применив второй закон Ньютона можно записать следующее равенство:

$$evB = mv^2/R \Rightarrow R = mv/eB, \quad (2)$$

где R — радиус окружности, по которой движется ион в поперечном магнитном поле.

Подставив выражение (1) в (2), получим

$$R = \frac{1}{B} \sqrt{\frac{2mU}{e}}.$$

б) Ионы движутся по прямым до пересечения с областью магнитного поля, в магнитном поле их траектории искривляются и становятся

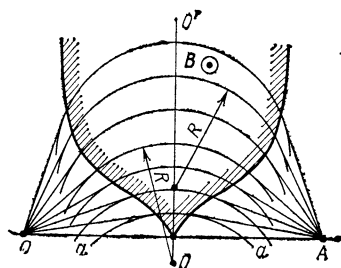


Рис. 87

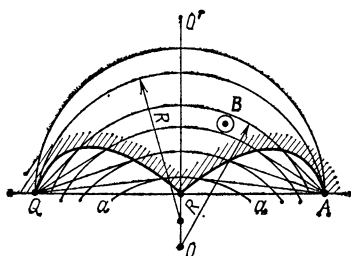


Рис. 88

дугами окружностей. После выхода из магнитного поля ионы снова движутся по прямым (рис. 87). Ясно, что прямые являются касательными к дугам окружностей, и следовательно, радиусы, проведенные к границе магнитного поля, перпендикулярны к этим прямым.

Так как траектории ионов должны быть симметричными относительно перпендикуляра OO' , проходящего через середину отрезка QA , то траектории ионов пересекают прямую OO' под прямым углом, причем центры окружностей лежат на этой прямой.

в) В зависимости от соотношения между R и a границы магнитного

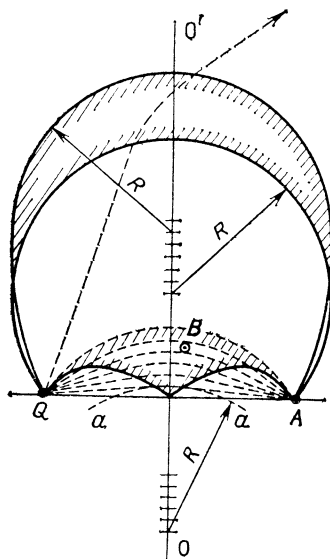


Рис. 89

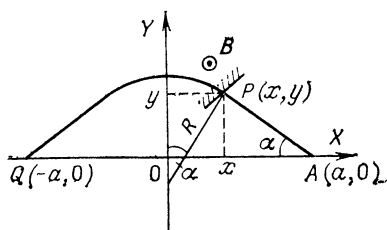


Рис. 90

поля будут иметь различный вид, представленный на рисунках:

- 1) для случая $R < a$ — на рис. 87;
- 2) для случая $R = a$ — на рис. 88;
- 3) для случая $R > a$ — на рис. 89.

г) На рис. 90 показана одна из траекторий иона. Точка $P(x, y)$ принадлежит границе магнитного поля. Обозначим α — угол между осью OY и радиусом, проведенным в точку P . Так как радиус перпендикулярен касательной AP , то угол \hat{A} тоже равен α (как углы со взаимно перпендикулярными сторонами). Из рис. 90 видно, что

$$\begin{aligned}x &= R \sin \alpha, \\y &= (a-x) \operatorname{tg} \alpha.\end{aligned}$$

Отсюда, исключая α , получим уравнение границы поля:

$$y = \frac{(a-x)x}{\sqrt{R^2 - x^2}}.$$

37. а) Для выполнения эксперимента можно было составить цепь либо по рис. 91, либо по рис. 92. В первом случае дает завышенные

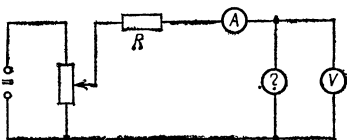


Рис. 91

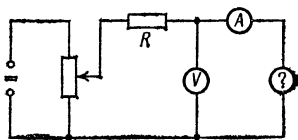


Рис. 92

показания амперметр, во втором — вольтметр. Для устранения систематической погрешности необходимо учитывать внутренние сопротивления приборов. Сопротивление вольтметра можно определить, включив его по схеме рис. 93, где $R_v = U/I$; где U и I — показания вольтметра и амперметра.

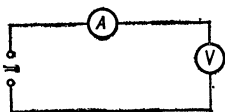


Рис. 93

После учета сопротивлений приборов следует построить вольтамперную характеристику полупроводникового прибора (рис. 94).

Так как максимально допустимая мощность полупроводникового прибора 250 мВт, то при снятии вольтамперной характеристики серию измерений следовало проводить так, чтобы произведение напряжения на этом приборе на силу тока было меньше 250 мВт. При построении вольтамперной характеристики целесообразно предварительно обозначить области, в которых нельзя производить измерения. (На рис. 94 эти области находятся за двумя гиперболами AA' и BB' .)

Дополнительные систематические погрешности возникают вследствие повышения температуры полупроводникового прибора, а следовательно, уменьшения его сопротивления.

б) Используя вольтамперную характеристику, можно получить дифференциальные (динамические) сопротивления ρ_1 и ρ_2 прибора в прямом и обратном направлениях. С этой целью в точках вольтамперной характеристики, соответствующих току 25 мА, следует провести касательные.

Искомые сопротивления:

$$\rho_1 = \frac{\Delta U_1}{\Delta I_1} = \operatorname{ctg} \alpha_1, \quad \rho_2 = \frac{\Delta U_2}{\Delta I_2} = \operatorname{ctg} \alpha_2.$$

На рис. 94 выделены: в прямом направлении область $\Delta I_1 = 40 - 10 = 30$ мА и соответствующая ей область $\Delta U_1 = 0,8 - 0,76 = 0,04$ В, в

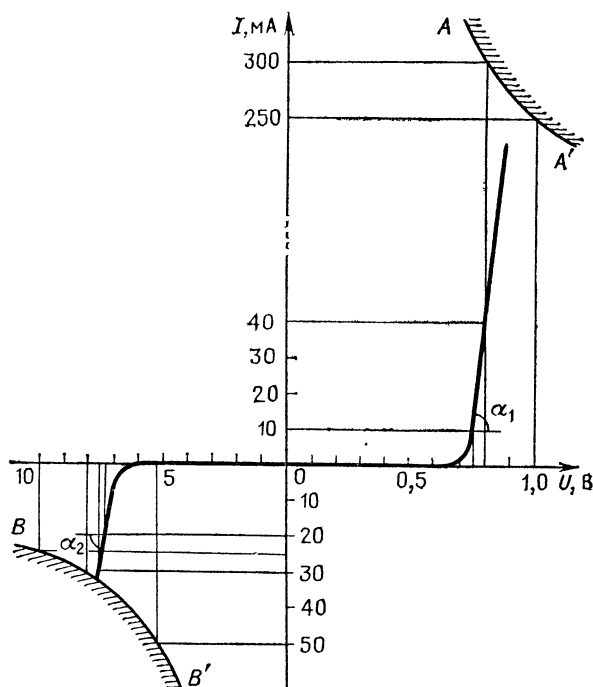


Рис. 94

обратном направлении — $\Delta I_2 = 30 - 20 = 10$ мА, $\Delta U_2 = 7,3 - 7,2 = 0,1$ В. Следовательно, дифференциальные сопротивления полупроводникового прибора при силе тока 25 мА равны соответственно:

в прямом направлении

$$\rho_1 = \Delta U_1 / \Delta I_1 = 1,3 \text{ Ом},$$

в обратном направлении

$$\rho_2 = \Delta U_2 / \Delta I_2 = 10 \text{ Ом}.$$

Эти измерения неточные, поэтому относительная погрешность до 50% при измерении динамических сопротивлений считалась допустимой.

Анализ вольтамперной характеристики показывает, что исследуемый полупроводниковый прибор — это стабилитрон.

в) Для исследования зависимости выходного напряжения U_2 от входного U_1 следует собрать электрическую цепь по схеме рис. 95.

Для получения максимального значения U_2 стабилитрон следует подключить в обратном направлении (рис. 95).

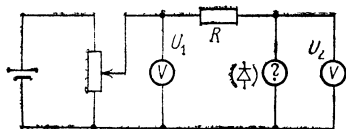


Рис. 95

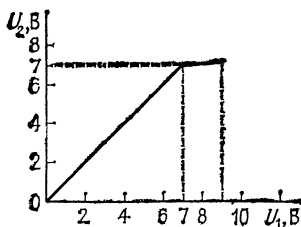


Рис. 96

До напряжения пробоя (7 В) практически все напряжение падает на стабилитроне, так как его сопротивление до пробоя намного больше сопротивления резистора R : $U_2 = U_1$, а затем напряжение U_2 изменяется очень мало по отношению к ΔU_1 , так как после пробоя его сопротивление становится меньше R . График зависимости $U_2 = f(U_1)$ представлен на рис. 96.

г) При увеличении напряжения U_1 от 7 до 9 В ($\Delta U_1 = 2$ В) изменение выходного напряжения ΔU_2 оказывается в 20 раз меньше изменения входного напряжения ΔU_1 ($\Delta U_2 = 0,1$ В). Это связано с тем, что после пробоя стабилитрона его дифференциальное сопротивление ρ становится намного меньше сопротивления резистора R ($\rho \ll R$) и практически все напряжение падает на резисторе.

д) Стабилитроны обычно используются в радиотехнике для стабилизации напряжения в цепи при изменении силы тока, потребляемого цепью. Схема, представленная на рис. 95, является схемой простейшего стабилизатора напряжения.

38. 1—2) На рис. 97 показаны силы, действующие на тело: сила тяжести mg , сила реакции со стороны сферы N и сила трения $F_{тр}$. Сила трения перпендикулярна силе реакции, но направление ее неизвестно: она может быть направлена так, как показано на рис. 97, или в противоположную сторону.

Равнодействующая F_R этих трех сил

$$F_R = mg + N + F_{тр}$$

сообщает телу центростремительное ускорение

$$a_{ц. с.} = \omega^2 r = \omega^2 R \sin \alpha,$$

где α — угол между радиусом OC и вертикалью.

Следовательно, вектор F_R направлен к оси вращения и перпендикулярен ей. Модуль этой силы равен

$$F_R = m\omega^2 R \sin \alpha.$$

В зависимости от направления вектора силы трения $F_{\text{тр}}$ модуль силы F_R будет иметь разные значения. Это хорошо видно из рис.

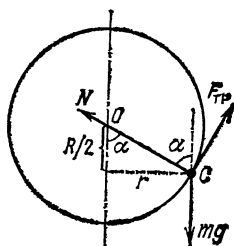


Рис. 97

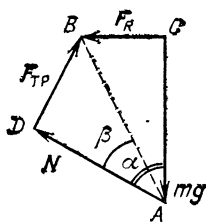


Рис. 98

98 и 99, (Аналогичный метод исследования был применен нами при решении задачи № 34.)

Так как угол между векторами mg и N равен α , получим

$$F_R = mg \operatorname{tg}(\alpha - \beta), \quad (1)$$

если сила трения направлена так, как показано на рис. 98.

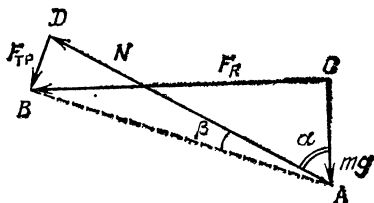


Рис. 99

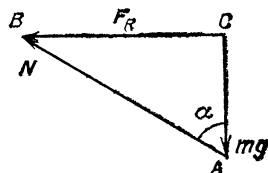


Рис. 100

Если сила трения направлена в противоположную сторону, то

$$F_R = mg \operatorname{tg}(\alpha + \beta), \quad (2)$$

где

$$\beta = \arctg \mu.$$

Это ясно из соотношения

$$\operatorname{tg} \beta = F_{\text{тр}}/N = \mu N/N = \mu.$$

Следовательно, для равновесия тела на сфере должно выполняться условие

$$\mu \geq \operatorname{tg} \beta. \quad (3)$$

Значение $\operatorname{tg} \beta$ нетрудно найти из выражений (1) и (2). Учítывая, что

$$\operatorname{tg}(\alpha \pm \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha \pm \operatorname{tg} \beta}{1 \pm \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta},$$

получим

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{|g \operatorname{tg} \alpha - \omega^2 R \sin \alpha|}{g + \operatorname{tg} \alpha \cdot \omega^2 R \sin \alpha} = \frac{\sin \alpha |g - \omega^2 R \cos \alpha|}{g \cos \alpha + \omega^2 R \sin^2 \alpha}.$$

Минимальное значение μ равно

$$\mu_{\min} = \frac{\sin \alpha |g - \omega^2 R \cos \alpha|}{g \cos \alpha + \omega^2 R \sin^2 \alpha}. \quad (4)$$

При условии $\omega = \omega_1 = 5$ рад/с выполняется неравенство

$$g > \omega^2 R \cos \alpha, \text{ так как } 10 > 25 \cdot 0,5 \cdot \cos 60^\circ,$$

тогда

$$\mu_{1\min} = \frac{\sin \alpha (g - \omega^2 R \cos \alpha)}{g \cos \alpha + \omega^2 R \sin^2 \alpha} = 0,23. \quad (5)$$

При условии $\omega = \omega_2 = 8$ рад/с выполняется неравенство

$$g < \omega^2 R \cos \alpha, \text{ так как } 10 < 64 \cdot 0,5 \cdot 0,5,$$

тогда

$$\mu_{2\min} = \frac{\sin \alpha (\omega^2 R \cos \alpha - g)}{g \cos \alpha + \omega^2 R \sin^2 \alpha} = 0,18. \quad (6)$$

Переход от $\mu_{1\min}$ к $\mu_{2\min}$ происходит при такой угловой скорости ω_0 , при которой $F_{\text{тр}} = 0$, а следовательно, $\beta = 0$ (рис. 100).

При этом, в соответствии со вторым законом Ньютона:

$$m\omega_0^2 R \sin \alpha = mg \tan \alpha,$$

угловая скорость ω_0 вращения сферы равна

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{R \cos \alpha}}; \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{10}{0,5 \cdot 0,5}} \approx 6,3 \text{ с}^{-1}.$$

Так как $\omega_1 < \omega_0$, то $\mu_{1\min}$ определяется выражением (5), а при $\omega_2 > \omega_0$ $\mu_{2\min}$ определяется выражением (6).

3) а) При небольшом увеличении угловой скорости ω от значения $\omega_1 = 5$ рад/с равнодействующая всех сил $F_R = m\omega^2 R \sin \alpha$ также возрастает.

Из рис. 101, а видно, что при этом модуль силы трения $F'_{\text{тр}}$ уменьшается, а модуль силы N' реакции опоры возрастает. В результате

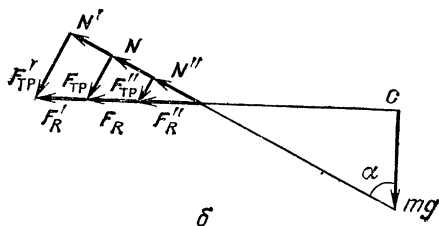
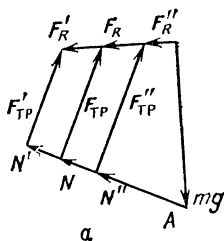


Рис. 101

минимальный коэффициент трения μ_{\min} , необходимый для удержания тела на сфере в положении, характеризуемом углом α , уменьшается:

$$\mu_{\min} = |\tan \beta|, \text{ где } \tan \beta = F_{\text{тр}}/N.$$

Следовательно, при небольшом увеличении угловой скорости ($\omega > \omega_1$) тело сохранит свое первоначальное положение.

При небольшом уменьшении угловой скорости ($\omega < \omega_1$) уменьшается F_R'' . Для удержания тела в положении равновесия необходима, как видно из рис. 101, а, большая сила трения при меньшей силе N'' , т. е. больший коэффициент трения. Это невозможно, так как

$$\beta \leq \operatorname{arctg} \mu_{\max}.$$

Поэтому тело опустится вниз и займет новое положение, при котором $\beta = \operatorname{arctg} \mu_{\max}$. При $\omega = \omega_2 = 8$ рад/с реакция тела на малые изменения угловой скорости будет противоположной (это ясно из аналогичного анализа рис. 101, б).

б) В случае $\omega = \omega_1 = 5$ рад/с сила трения направлена вверх, а следовательно, равновесное положение тела находится выше положения равновесия в отсутствие трения. Поэтому при небольшом смещении тела вниз оно останется в новом положении, а при смещении вверх — вернется в прежнее положение.

В случае $\omega = \omega_2 = 8$ рад/с сила трения направлена вниз, поэтому реакция тела на малые изменения положения тела (угла α) будет противоположна.

П р и м е ч а н и е. Ответ на 3-й вопрос задачи можно получить чисто формальным путем, построив график функции

$$\mu(\alpha)_{\min} = \frac{\sin \alpha |g - \omega^2 R \cos \alpha|}{g \cos \alpha + \omega^2 R \sin^2 \alpha}$$

и проанализировав изменение этого графика при изменениях ω или α . На рис. 102 представлен график этой зависимости при $\omega_1 = 5$ рад/с (кривая 1). Кривая 2 соответствует случаю $\omega > \omega_1$, кривая 3 — случаю $\omega < \omega_1$. Из рис. 102 видно, что при незначительном увеличении угловой скорости ($\omega > \omega_1$) минимальный коэффициент трения, необходимый для удержания тела на сфере в положении, характеризуемом углом $\alpha_0 = 60^\circ$,

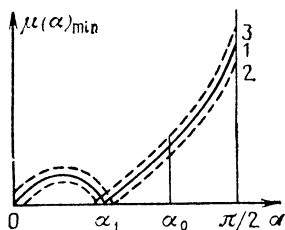


Рис. 102

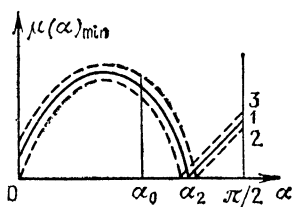


Рис. 103

уменьшается. А так как тело до изменения угловой скорости имело больший коэффициент трения, то оно сохранит свое первоначальное положение.

При уменьшении угловой скорости ($\omega < \omega_0$) минимальный коэффициент трения, необходимый для удержания тела в положении, характе-

ризуемом углом $\alpha_0=60^\circ$, будет больше, чем тот, который был до изменения угловой скорости, поэтому тело опустится вниз.

На рис. 103 приведен график $\mu(\alpha)_{\min}$ для $\omega_2=8$ рад/с (кривая 1). При незначительном увеличении угловой скорости ($\omega>\omega_2$) минимальный коэффициент трения, необходимый для удержания тела в положении, характеризуемом углом $\alpha_0=60^\circ$, возрастает (кривая 2) и становится больше имеющегося, поэтому тело не сможет остаться в прежнем положении и поднимется.

При незначительном уменьшении угловой скорости ($\omega<\omega_2$) минимальный коэффициент трения, необходимый для удержания тела в положении, характеризуемом углом $\alpha_0=60^\circ$, уменьшается (кривая 3), поэтому тело сохраняет свое прежнее положение.

39. Для теплоизолированной системы первый закон термодинамики можно записать в виде

$$A=\Delta U. \quad (1)$$

Полная работа A совершается над газом силой, которой мы действовали на поршень, и силой атмосферного давления:

$$A=A_1+P_0Sl_0. \quad (2)$$

Изменение внутренней энергии гелия определяется как

$$\Delta U=c_V(m_1+m_2)(T-T_0), \quad (3)$$

где c_V —удельная теплоемкость гелия при постоянном объеме, T —конечная температура газа.

Из выражений (1)—(3) получаем формулу для расчета искомой работы A_1 :

$$A_1=c_V(m_1+m_2)(T-T_0)-P_0Sl_0, \quad (4)$$

в которой неизвестна лишь конечная температура T .

Для ее нахождения рассмотрим последовательно все этапы процесса сжатия гелия.

Начальные значения давления гелия в левой и правой частях цилиндра (рис.17) определим из уравнения Менделеева — Клапейрона:

$$P_{01}=\frac{m_1RT_0}{V_0M}, \quad P_{02}=\frac{m_2RT_0}{V_0M}. \quad (5)$$

Так как $m_1>m_2$, то $P_{01}>P_{02}$.

При движении поршня к перегородке газ в правой части будет сжиматься до тех пор, пока его давление не станет равным P_{01} . В этот момент открывается клапан.

Так как сосуд с газом теплоизолирован, то процесс в нем будет адиабатическим и описывается уравнением Пуассона: $PV^\gamma=\text{const}$, где $\gamma=c_p/c_V$ (вывод этой формулы дан в решении задачи № 26).

Запишем уравнение Пуассона для гелия в правой части цилиндра:

$$P_{01}V_1^\gamma=P_{02}V_0^\gamma,$$

где V_1 —объем газа в правой части цилиндра в момент открывания клапана:

$$V_1 = V_0 (P_{02}/P_{01})^{1/\gamma}. \quad (6)$$

Подставляя значения P_{01} и P_{02} в выражение (6), найдем

$$\begin{aligned} V_1 &= V_0 (m_2/m_1)^{1/\gamma}; \\ V_1 &\approx 0,34 V_0. \end{aligned} \quad (7)$$

Температуру T_1 , которую будет иметь газ в правой части цилиндра в момент открытия клапана, найдем из уравнения Клапейрона:

$$\frac{P_{01}V_1}{T_1} = \frac{P_{02}V_0}{T_0},$$

откуда

$$T_1 = T_0 \frac{P_{01}}{P_{02}} \frac{V_1}{V_0}. \quad (8)$$

С учетом выражений (5) и (7) получим:

$$T_1 = T_0 \frac{m_1}{m_2} \left(\frac{m_2}{m_1} \right)^{1/\gamma} = T_0 \left(\frac{m_2}{m_1} \right)^{1/\gamma-1} \approx 2,05 T_0.$$

После открывания клапана газы перемешиваются и происходит теплообмен при постоянном объеме. Из уравнения теплового баланса

$$c_V m_1 (\theta - T_0) = c_V m_2 (T_1 - \theta)$$

находим

$$\theta = \frac{m_1 T_0 + m_2 T_1}{m_1 + m_2} \approx 1,15 T_0.$$

После перемешивания весь газ массой $m = m_1 + m_2$ сжимается адиабатически от объема $V_1 + V_0$ до объема V_0 , а его температура увеличивается от θ до T в соответствии с уравнением Пуассона:

$$\begin{aligned} PV^\gamma &= \text{const} \Rightarrow TV^{\gamma-1} = \text{const}, \\ TV_0^{\gamma-1} &= \theta (V_1 + V_0)^{\gamma-1}, \\ T &= \theta \left(\frac{V_1 + V_0}{V_0} \right)^{\gamma-1} = \theta \left(1 + \frac{V_1}{V_0} \right)^{\gamma-1} \approx 1,4 T_0. \end{aligned}$$

Подставляя значение конечной температуры T смеси газов в выражение (4), найдем искомую работу, совершенную при сжатии:

$$A_1 = 4816 \text{ Дж} - 1120 \text{ Дж} = 3696 \text{ Дж} \approx 3,7 \text{ кДж}.$$

40. Рассмотрим два способа измерения диаметра воздушного сферического пузырька воздуха в стеклянном шаре — механический и оптический.

1) Если известна плотность ρ_c стекла, из которого изготовлен шар, и имеются весы, то, определив массу m шара, запишем:

$$m = \rho_c V,$$

где V — объем, занимаемый стеклом,

$$V = \frac{4}{3} \pi (R^3 - r^3) = \frac{\pi}{6} (D^3 - d^3),$$

D — диаметр шара, измеряемый штангенциркулем, d — диаметр пузырька воздуха. Отсюда

$$m = \rho_c \frac{\pi}{6} (D^3 - d^3), \quad d = \sqrt[3]{D^3 - \frac{6m}{\pi \rho_c}}.$$

Если нет штангенциркуля, но есть измерительный цилиндр, то, измерив с помощью него объем V_0 шара, получим

$$\frac{\pi}{6} d^3 = V_0 - \frac{m}{\rho_c}, \quad d = \sqrt[3]{\frac{6}{\pi} \left(V_0 - \frac{m}{\rho_c} \right)}.$$

Ясно, что если $d \ll D$, то этот способ не позволяет получить сколь угодно удовлетворительную точность измерения.

2) Погрузим шар в жидкость, подобрав ее с таким же показателем преломления, как у стекла. При этом граница «шар — жидкость» перестанет быть видимой, воздушный пузырек будет четко виден благодаря

полному внутреннему отражению, происходящему на его поверхности.

В этом случае диаметр пузырька можно определить, направив сверху вниз параллельный пучок света на шар и получив тень от пузырька воздуха на дне сосуда.

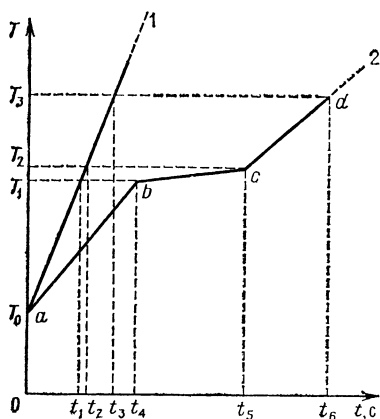


Рис. 104

41. а) Для выполнения работы сначала нагревается жидкость, а затем в тех же условиях — жидкость с кристаллическим материалом X . По результатам эксперимента следует построить графики зависимости температуры от времени для обоих случаев (рис. 104).

По этим графикам можно найти искомые величины для определения удельной теплоемкости c_X кристаллического вещества X . Измерим промежутки времени $t_1 - 0$ и $t_4 - 0$, необходимые для одинакового нагревания от температуры T_0 до T_1 одной жидкости (график 1) и жидкости с кристаллическим веществом X (график 2). При этом условия теплообмена с окружающей средой одинаковы. Считая количество теплоты, передаваемой от нагревателя в единицу времени, постоянным: $q = Q/t = \text{const}$, запишем уравнения теплового баланса для этих случаев:

$$qt_1 = c_0 m_0 (T_1 - T_0), \quad qt_4 = (c_0 m_0 + c_X m_X) (T_1 - T_0),$$

где m_0 и m_X — массы жидкости и кристаллического вещества, c_0 и c_X — их удельные теплоемкости соответственно,

(рис. 105), способом, аналогичным описанному, нетрудно рассчитать все искомые величины.

42. а) Участок $0-1$ характеризует изобарное всасывание смеси, $1-2$ — ее адиабатическое сжатие, $2-3$ — изохорное увеличение давления при зажигании смеси, $3-4$ — адиабатическое расширение — «рабочий ход», $4-1$ — изохорный выпуск газов, $1-0$ — изобарное удаление смеси из цилиндра.

$$б) T_1 = T_0 = 300 \text{ К}, \quad P_1 = P_0 = 10^5 \text{ Па.}$$

Так как процесс $1-2$ адиабатический, воспользуемся уравнением Пуассона:

$$P_1 V_2^\gamma = P_2 V_1^\gamma, \quad (1)$$

$$P_2 = P_1 (V_2/V_1)^\gamma = P_1 \varepsilon^\gamma = 2,34 \text{ МПа}, \quad (2)$$

где ε — степень сжатия: $\varepsilon = V_2/V_1$.

Из уравнения Клапейрона

$$\frac{P_1 V_2}{T_1} = \frac{P_2 V_1}{T_2}$$

получим

$$T_2 = T_1 \frac{P_2}{P_1} \frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{\varepsilon} \frac{P_2}{P_1}.$$

С учетом (2) находим

$$T_2 = T_1 \varepsilon^{\gamma-1} = 740 \text{ К.}$$

По условию при зажигании свечи давление возрастает в 2 раза, т. е.

$$P_3 = 2P_2 = 4,68 \text{ МПа.}$$

Для изохорного процесса $2-3$ имеем

$$\frac{P_3}{P_2} = \frac{T_3}{T_2}, \quad T_3 = T_2 \frac{P_3}{P_2} = 2T_2 = 1480 \text{ К.}$$

Процесс $3-4$ адиабатический, поэтому записываем

$$P_3 V_1^\gamma = P_4 V_2^\gamma,$$

$$P_4 = P_3 (V_1/V_2)^\gamma = P_3 \varepsilon^{-\gamma} = 0,2 \text{ МПа.}$$

Из уравнения Клапейрона $\frac{P_3 V_1}{T_3} = \frac{P_4 V_2}{T_4}$ получим

$$T_4 = T_3 \frac{P_4}{P_3} \frac{V_2}{V_1} = T_3 \varepsilon^{-\gamma} \varepsilon = T_3 \varepsilon^{1-\gamma} = 600 \text{ К.}$$

Процесс $4-1$ изохорный, поэтому

$$\frac{P_4}{P_1} = \frac{T_4}{T_1}, \quad T_1' = T_4 \frac{P_1}{P_4} = 300 \text{ К.}$$

Как и следовало ожидать, $T_1' = T_1$.

в) К.п.д. цикла теплового двигателя по определению равен

$$\eta = \frac{A_{\text{п}}}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1},$$

где A_n — полезная работа, совершенная двигателем за цикл, Q_1 — количество теплоты, подведенное от нагревателя, Q_2 — количество теплоты, отданное холодильнику. Так как процессы 1—2 и 3—4 происходят без теплообмена, то подвод и отвод тепла осуществляется только на участках 2—3 и 4—1:

$$Q_1 = c_V m (T_3 - T_2), \quad Q_2 = c_V m (T_4 - T_1),$$

где c_V — удельная теплоемкость газа при постоянном объеме,

$$\eta = \frac{c_V m [(T_3 - T_2) - (T_4 - T_1)]}{c_V m (T_3 - T_2)} = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2} = 1 - \frac{T_1}{T_2} = 1 - \frac{1}{\epsilon^{\gamma-1}} \approx 0,6.$$

г) Полученные в результате идеализации значения максимального давления $P_3 = 4,68$ МПа и к.п.д. $\eta \approx 60\%$ превышают значения максимального давления P_0 и к.п.д. реальных карбюраторных двигателей внутреннего сгорания.

43. 1) Для ответа на первый вопрос задачи нужно рассчитать минимальную массу пленки m_{\min} и сравнить ее с чувствительностью весов $\Delta m = 0,1$ мг:

$$m_{\min} = abd_{\min} \rho,$$

где d_{\min} — толщина самой тонкой пленки, при которой возможен интерференционный максимум для света с длиной волны λ_0 .

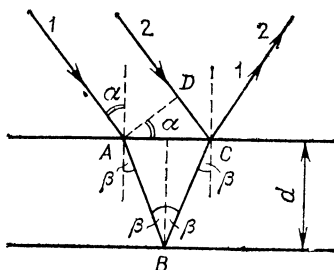


Рис. 106

Интерференция происходит между лучами 1 и 2 (рис. 106). Оптическая разность хода этих лучей равна

$$\Delta = (AB + BC) n - DC = 2 \frac{dn}{\cos \beta} - 2d \operatorname{tg} \beta \sin \alpha.$$

Согласно закону преломления $n = \sin \alpha / \sin \beta$, поэтому

$$\Delta = \frac{2dn}{\cos \beta} (1 - \sin^2 \beta) = 2dn \cos \beta. \quad (1)$$

Известно, что при отражении луча 2 в точке C происходит изменение фазы волны на π , т. е. «теряется» половина волны. Поэтому оптическая разность хода волн в точке наблюдения равна

$$\Delta' = 2dn \cos \beta - \frac{\lambda}{2}. \quad (2)$$

Запишем условие интерференционного максимума:

$$\Delta' = 2k \frac{\lambda_0}{2},$$

где k — целое число. Тогда

$$2dn \cos \beta - \frac{\lambda_0}{2} = 2k \frac{\lambda_0}{2}, \quad \text{или} \quad 2dn \cos \beta = (2k + 1) \frac{\lambda_0}{2}. \quad (3)$$

Из выражения (3) найдем толщину мыльной пленки d :

$$d = \frac{(2k+1)\lambda_0}{4n \cos \beta} = \frac{(2k+1)\lambda_0}{4n \sqrt{1 - \sin^2 \beta}} = \frac{(2k+1)\lambda_0}{4n \sqrt{1 - \sin^2 \alpha/n^2}} = \frac{(2k+1)\lambda_0}{4 \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}}. \quad (4)$$

Толщину самой тонкой пленки d_{\min} можно определить при $k=0$

$$d_{\min} = \frac{\lambda_0}{4} \frac{1}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}} \approx 10^{-7} \text{ м.}$$

Минимальная масса пленки равна

$$m_{\min} = abd_{\min} \rho = 6 \cdot 10^{-8} \text{ кг} = 0,06 \text{ мг} < 0,1 \text{ мг},$$

следовательно, массу этой пленки измерить на наших весах нельзя.

2) При нормальном падении и отражении света ($\alpha=0$) выражение (4) запишем в виде

$$d = \frac{2k+1}{n} \frac{\lambda}{4}. \quad (5)$$

При $k=0$

$$d_{\min} = \frac{\lambda}{4n}. \quad (6)$$

Отсюда получаем, что длина волны λ излучения, для которой выполняется условие интерференционного максимума для самой тонкой мыльной пленки, равна $\lambda = 4nd_{\min} \approx 5,32 \cdot 10^{-7} \text{ м}$, что соответствует зеленому цвету. Значит, при освещении белым светом пленка будет казаться зеленой.

44. 1) Электроны попадают в магнитное поле, имея скорость v , которую они приобрели, ускоряясь в электрическом поле:

$$\begin{aligned} eU &= mv^2/2, \\ v &= \sqrt{2eU/m}, \end{aligned} \quad (1)$$

где e и m — заряд и масса электрона. В случае, когда вектор индукции магнитного поля \mathbf{B} перпендикулярен плоскости рисунка (рис. 107), электроны движутся в этом поле по окружности, которая касается прямой TT' в точке T , и попадают в точку M мишени.

Центростремительное ускорение электронов создается силой Лоренца $F_L = evB$:

$$v^2/R = evB/m.$$

Искомая индукция магнитного поля равна

$$B = mv/eR. \quad (2)$$

Подставляя в эту формулу выражение (1), получим

$$B = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{2mU}{e}}. \quad (3)$$

Из рис. 107 видно, что

$$R = \frac{d}{2 \sin \alpha}. \quad (4)$$

Подставив (4) в (3), получим ответ задачи в общем виде:

$$B = \frac{2 \sin \alpha}{d} \sqrt{\frac{2mU}{e}} \quad (5)$$

и найдем числовое значение индукции: $B = 3,7 \cdot 10^{-3}$ Тл.

2) В этом случае электроны влетают в магнитное поле под углом α к вектору индукции магнитного поля \mathbf{B}_1 и движутся по спирали. Это сложное движение можно представить как результат двух движений:

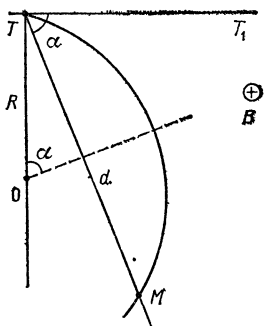


Рис. 107

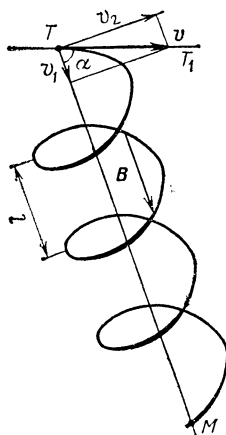


Рис. 108

равномерного движения со скоростью $v_1 = v \cos \alpha$ в направлении линий индукции магнитного поля и равномерного движения по окружности со скоростью $v_2 = v \sin \alpha$ в плоскости, перпендикулярной прямой TM (рис. 108).

Сделав целый оборот вокруг оси спирали за время $t = 2\pi R_1/v_2$, электроны пересекут прямую TM на расстоянии $l = v_1 t$ от точки T . Чтобы электроны попали в мишень M , им необходимо сделать целое число оборотов, т. е. чтобы расстояние $TM = d$ содержало целое число отрезков l :

$$d = nl = nv_1 \frac{2\pi R_1}{v_2} = 2\pi R_1 n \frac{v_1}{v_2} = 2\pi R_1 n \operatorname{ctg} \alpha. \quad (6)$$

При движении электронов по окружности под действием силы Лоренца $ev_2 B_1 = mv_2^2/R_1$,

$$R_1 = mv_2/eB_1. \quad (7)$$

Учитывая, что $v_2 = v \cos \alpha$, и используя полученное выражение для скорости электрона v (1), получим:

$$R_i = \frac{1}{B} \sqrt{\frac{2mU}{e}} \sin \alpha. \quad (8)$$

Из (6) и (8) получаем

$$d = 2\pi \frac{n}{B_i} \sqrt{\frac{2mU}{e}} \cos \alpha$$

и находим искомое значение индукции B_i магнитного поля:

$$B_i = \frac{2\pi n \cos \alpha}{d} \sqrt{\frac{2mU}{e}} = n \cdot 6,7 \cdot 10^{-3} \text{ Тл.}$$

По условию задачи $B_i \leq 3 \cdot 10^{-2}$ Тл, поэтому возможны такие значения модуля индукции B_i при $n=1, 2, 3, 4$: $B_i = 6,7 \cdot 10^{-3}$ Тл; $B'_1 = 1,34 \cdot 10^{-2}$ Тл; $B''_1 = 2,01 \cdot 10^{-2}$ Тл; $B'''_1 = 2,68 \cdot 10^{-2}$ Тл. (При больших n значения $B \geq 3 \cdot 10^{-2}$ Тл.)

45. 1—2) По результатам измерений силы тока I и напряжения U вычисляются значения полного сопротивления $Z = U/I$. Затем выполняется построение графиков зависимости полных сопротивлений для выводов цепи AB, BC, AC от частоты ν . Удобно эти графики построить в логарифмическом масштабе (рис. 109).

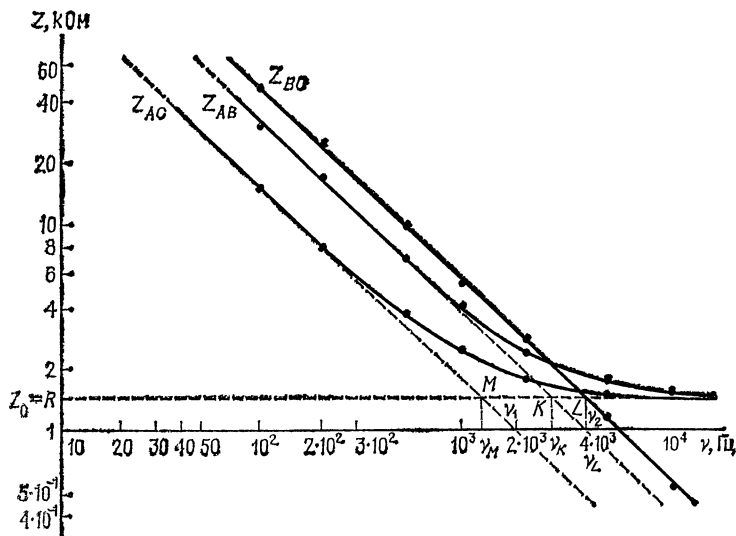


Рис. 109

3—4) По виду полученных графиков можно сделать вывод о том, к каким клеммам подключены элементы цепи, определить параметры этих элементов.

На низких частотах все три графика линейны и параллельны между собой. Это позволяет определить емкости C_1 и C_2 . На высоких частотах два графика имеют общую асимптоту, что позволяет определить сопротивление резистора R .

Линейность графика $Z_{BC} = f(\nu)$ доказывает, что клеммы BC подключены к выводам 2—3 (рис. 20). Действительно, полное сопротивление цепи равно

$$Z_{2-3} = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi\nu} \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right).$$

Прологарифмируем это выражение:

$$\lg Z_{2-3} = \lg \left(\frac{C_1 + C_2}{2\pi C_1 C_2} \right) - \lg \nu.$$

Для полных сопротивлений Z_{1-2} и Z_{1-3} можно записать:

$$Z_{1-2}^2 = R^2 + \frac{1}{(2\pi\nu C_1)^2}, \quad Z_{1-3}^2 = R^2 + \frac{1}{(2\pi\nu C_2)^2}. \quad (1)$$

При низких частотах выполняются следующие приближенные равенства:

$$Z_{1-2} \approx \frac{1}{2\pi\nu C_1}, \quad Z_{1-3} \approx \frac{1}{2\pi\nu C_2},$$

$$\lg Z_{1-2} = \lg \frac{1}{2\pi C_1} - \lg \nu, \quad \lg Z_{1-3} \approx \lg \frac{1}{2\pi C_2} - \lg \nu.$$

На высоких частотах полные сопротивления приблизительно равны активному сопротивлению резистора, т. е.

$$Z_{1-2} \rightarrow R; \quad Z_{1-3} \rightarrow R.$$

Таким образом, клемма A подсоединена к резистору.

Электрическая цепь «черного ящика» изображена на рис. 110.

б) Определить параметры C_1 , C_2 и R наиболее просто графическим способом. Для этого на графиках зависимости $Z_{AB} = f(\nu)$, $Z_{AC} = f(\nu)$ проводим общую асимптоту до пересечения с осью Z . По этой оси прямо находим сопротивление резистора R . Из графика на рис. 109 видно, что $R \approx 1,5$ кОм.

Продолжения линейных участков графиков $\lg Z_{AB} = f(\lg \nu)$ и $\lg Z_{AC} = f(\lg \nu)$ (рис. 109) пересекают общую асимптоту в точках M и K , соответствующих частотам ν_M и ν_K . Зная эти частоты, мож-

но получить формулы для расчета емкостей конденсаторов C_1 и C_2 :

$$\lg Z_0 = \lg R = \lg \frac{1}{2\pi C_1} - \lg \nu_M, \quad \lg Z_0 = \lg R = \lg \frac{1}{2\pi C_2} - \lg \nu_K,$$

$$C_1 = \frac{1}{2\pi \nu_M R}; \quad C_2 = \frac{1}{2\pi \nu_K R}.$$

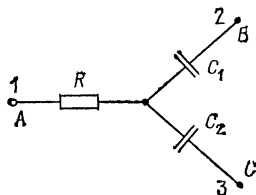


Рис. 110

Подставляя значения частот $\nu_M = 1,2 \cdot 10^3$ Гц и $\nu_K = 2,9 \cdot 10^3$ Гц, получим значения емкостей: $C_1 = 9 \cdot 10^{-8}$ Ф ≈ 90 нФ; $C_2 = 3,7 \cdot 10^{-8}$ Ф ≈ 37 нФ.

Этот результат можно проверить, определив частоту ν_L , соответствующую точке пересечения графика $Z_{BC}(\nu)$ и общей асимптоты. Эта частота равна $\nu_1 = 4,1 \cdot 10^3$ Гц, следовательно, общая емкость в цепи BC равна

$$C_{\text{общ}} = \frac{1}{2\pi\nu_L R} = 26 \text{ нФ.}$$

Так как конденсаторы соединены последовательно, то

$$C_{\text{общ}} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}.$$

Подставив в эту формулу значения C_1 и C_2 , получим $C_{\text{общ}} \approx 26,2$ нФ, что хорошо согласуется с результатами опытов.

6) Для учета силы тока, протекающего через вольтметр, можно отключить его, снять новые показания амперметра и использовать их в расчетах. Если при отключении вольтметра нет заметных изменений силы тока в цепи, то влиянием вольтметра на точность измерений можно пренебречь.

Примечание. Если бы на низких частотах графики $Z_{AC}(\nu)$ и $Z_{AB}(\nu)$ не были параллельны графику $Z_{BC}(\nu)$, то это означало бы, что считать $X_C = \frac{1}{\omega C} \gg R$ нельзя. Тогда для расчета C и R необходимо было бы пользоваться общими формулами (1), используя по два значения частоты для каждого графика:

$$(AB) \begin{cases} Z_1^2 = R^2 + \left(\frac{1}{\omega_1 C_1}\right)^2 \\ Z_2^2 = R^2 + \left(\frac{1}{\omega_2 C_1}\right)^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} C_1 = \sqrt{\left(\frac{1}{\omega_1^2} - \frac{1}{\omega_2^2}\right) \cdot \frac{1}{Z_2^2 - Z_1^2}} \\ R = \sqrt{Z^2 - \frac{1}{\omega^2 C_1^2}} \end{cases}.$$

Аналогичные формулы получаются и для цепи (AC).

46. 1) При движении корабля по круговой орбите его центростремительное ускорение создается силой тяготения к Луне:

$$G \frac{M M_{\text{Л}}}{R^2} = \frac{M v_0^2}{R},$$

где $R = R_{\text{Л}} + h$ — радиус первоначальной орбиты, v_0 — скорость корабля на круговой орбите:

$$v_0 = \sqrt{G \frac{M_{\text{Л}}}{R}}.$$

Так как $g_{\text{Л}} = G \frac{M_{\text{Л}}}{R_{\text{Л}}^2}$, то

$$v_0 = \sqrt{\frac{g_{\text{Л}} R_{\text{Л}}^2}{R}} = R_{\text{Л}} \sqrt{\frac{g_{\text{Л}}}{R_{\text{Л}} + h}}. \quad (1)$$

После включения тормозного двигателя, сообщаемого кораблю импульс, касательный к траектории, скорость корабля останется перпендикулярной к радиус-вектору OA (рис. 22). Корабль при этом начинает двигаться по эллипсу с фокусом в центре Луны.

Обозначив v_A и v_B — скорости корабля в точках A и B , запишем уравнения законов сохранения энергии и момента импульса:

$$\frac{Mv_A^2}{2} - G \frac{MM_{\text{Л}}}{R} = \frac{Mv_B^2}{2} - G \frac{MM_{\text{Л}}}{R_{\text{Л}}}, \quad (2)$$

$$Mv_A R = Mv_B R_{\text{Л}}. \quad (3)$$

Решая уравнения (2) и (3) совместно, находим

$$v_A = \sqrt{2G \frac{M_{\text{Л}} R_{\text{Л}}}{R(R + R_{\text{Л}})}}.$$

С учетом выражения (1) получим

$$v_A = v_0 \sqrt{\frac{2R_{\text{Л}}}{R + R_{\text{Л}}}}.$$

Следовательно, изменение скорости Δv корабля в точке A должно быть

$$\Delta v = v_0 - v_A = v_0 \left(1 - \sqrt{\frac{2R_{\text{Л}}}{R + R_{\text{Л}}}} \right) = v_0 \left(1 - \sqrt{\frac{2R_{\text{Л}}}{2R_{\text{Л}} + h}} \right) = 24 \text{ м/с}.$$

Так как двигатель включается на короткое время, закон сохранения импульса для системы «корабль — топливо» можно записать в виде

$$(M - m_1) \Delta v = m_1 u,$$

где m_1 — масса сгоревшего топлива.

Отсюда получаем

$$m_1 = \frac{\Delta v}{u + \Delta v} M.$$

С учетом того, что $\Delta v \ll u$, находим

$$m_1 \approx \frac{\Delta v}{u} M = 29 \text{ кг}.$$

2) Во втором случае вектор $\Delta \mathbf{v}_2$ направлен перпендикулярно вектору \mathbf{v}_0 , поэтому

$$\mathbf{v}_A = \mathbf{v}_0 + \Delta \mathbf{v}_2, \quad v_A = \sqrt{v_0^2 + \Delta v_2^2}.$$

На основании закона сохранения энергии в этом случае можно записать уравнение

$$\frac{M(v_0^2 + \Delta v_2^2)}{2} - \frac{GMM_{\text{Л}}}{R} = \frac{Mv_C^2}{2} - \frac{GMM_{\text{Л}}}{R_{\text{Л}}}, \quad (4)$$

а на основании закона сохранения момента импульса — уравнение

$$Mv_0 R = Mv_C R_{\text{Л}}. \quad (5)$$

Решая уравнения (4) и (5) совместно и учитывая выражение (1), находим

$$\Delta v_2 = \sqrt{g_{\text{л}} \frac{(R - R_{\text{л}})^2}{R}} = h \sqrt{\frac{g_{\text{л}}}{R_{\text{л}} + h}} \approx 97 \text{ м/с.}$$

Используя закон сохранения импульса, получим

$$m_2 = \frac{\Delta v_2}{u} M \approx 116 \text{ кг.}$$

47. На деталь и гири в первом случае действует выталкивающая архимедова сила со стороны сухого воздуха, во втором — со стороны влажного воздуха. Различие в показаниях весов ΔF определяется изменением разности этих сил.

Разность этих сил в сухом воздухе:

$$\Delta F_1 = \Delta V \rho_{\text{в}}' g,$$

а во влажном:

$$\Delta F_2 = \Delta V \rho_{\text{в}}'' g,$$

где ΔV — разность объемов детали и гири, $\rho_{\text{в}}'$ и $\rho_{\text{в}}''$ — плотности сухого и влажного воздуха соответственно.

Тогда различие в показаниях весов ΔF можно записать как

$$\Delta F = \Delta F_1 - \Delta F_2 = \Delta V g (\rho_{\text{в}}' - \rho_{\text{в}}''). \quad (1)$$

По условию задачи эта разность должна быть замечена, т. е. $\Delta F \geq m_0 g$, или $\Delta V (\rho_{\text{в}}' - \rho_{\text{в}}'') \geq m_0$, откуда

$$\Delta V \geq \frac{m_0}{\rho_{\text{в}}' - \rho_{\text{в}}''}. \quad (2)$$

Разность объемов алюминиевой детали и латунных гирь определим из уравнения

$$\Delta V = \frac{m}{\rho_1} - \frac{m}{\rho_2} = m \left(\frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_1 \rho_2} \right), \quad (3)$$

где m — искомая масса детали. Из выражений (2) и (3) получаем

$$m = \Delta V \frac{\rho_1 \rho_2}{\rho_2 - \rho_1} \geq \frac{m_0}{\rho_{\text{в}}' - \rho_{\text{в}}''} \frac{\rho_1 \rho_2}{\rho_2 - \rho_1}. \quad (4)$$

Для нахождения массы m детали необходимо определить разность $\rho_{\text{в}}' - \rho_{\text{в}}''$. При одинаковом общем давлении во втором случае часть сухого воздуха заменена паром:

$$\rho_{\text{в}}' - \rho_{\text{в}}'' = \frac{\Delta m_{\text{в}}}{V} - \frac{\Delta m_{\text{п}}}{V}.$$

Изменения массы воздуха $\Delta m_{\text{в}}$ и пара $\Delta m_{\text{п}}$ найдем, применив уравнение Менделеева — Клапейрона:

$$\Delta m_{\text{в}} = \frac{P_{\text{в}} V M_{\text{в}}}{R T}, \quad \Delta m_{\text{п}} = \frac{P_{\text{в}} V M_{\text{п}}}{R T},$$

откуда получим

$$\rho_B^* - \rho_B^* = \frac{P_B (M_B - M_n)}{RT}, \quad (5)$$

Из уравнений (4) и (5) получаем

$$m \geq \frac{m_0 RT}{P_B (M_B - M_n)} \frac{\rho_1 \rho_2}{\rho_2 - \rho_1}. \quad (6)$$

Подстановка числовых значений дает ответ: $m \geq 0,0432 \text{ кг} \approx 43 \text{ г}$.

П р и м е ч а н и е. Когда мы записывали выражение (3), мы считали массу детали равной массе гирь, при этом мы допускали небольшую погрешность.

Можно использовать для решения задачи другой путь. Рассчитаем изменение архимедовой силы по изменению средней молярной массы воздуха.

В сухом воздухе условие равновесия детали и гирь запишем в виде

$$\left(\rho_1 - \frac{M_B P}{RT} \right) V_1 = \left(\rho_2 - \frac{M_B P}{RT} \right) V_2. \quad (7)$$

Во влажном воздухе молярная масса его равна

$$M = M_B \frac{P_B}{P} + M_n \frac{P - P_B}{P}, \quad (8)$$

а условие обнаружения отклонения весов запишем в виде

$$\left(\rho_1 - \frac{MP}{RT} \right) V_1 - \left(\rho_2 - \frac{MP}{RT} \right) V_2 \geq m_0. \quad (9)$$

Из выражений (7) — (9) можно получить более точный ответ:

$$m \geq \frac{m_0 RT \rho_1 \rho_2 - M_B P_B}{(M_B - M_n) (\rho_2 - \rho_1) P_B}. \quad (10)$$

Так как $M_B P_B \ll m_0 \rho_1 \rho_2 RT$, то оба полученные выражения (6) и (10) приводят к практически одинаковому числовому результату: $m \geq 43 \text{ г}$.

48. 1) Точность установки оптической оси телескопа определяется расходимостью светового пучка вследствие дифракции на угол $\delta\varphi$:

$$\delta\varphi \approx \lambda/D \approx 2,6 \cdot 10^{-7} \text{ рад} \approx 0,05''.$$

2) Долю световой энергии лазера K_1 , попавшей на отражатель, можно найти по отношению площади S_1 отражателя ($S_1 = \pi d^2/4$) к площади S_2 светового пятна на Луне ($S_2 = \pi r^2$, где $r = L \delta\varphi \approx L \lambda/D$, L — расстояние от Земли до Луны):

$$K_1 = \frac{S_1}{S_2} = \frac{d^2}{(2r)^2} = \frac{d^2 D^2}{4 \lambda^2 L^2}.$$

Отраженный световой пучок тоже расходится и образует на поверхности Земли световое пятно радиусом R :

$$R = \lambda L/d, \text{ так как } r \ll R.$$

Поэтому доля K_2 отраженной энергии, попавшей в телескоп, составляет

$$K_2 = \frac{D^2}{(2R)^2} = \frac{D^2 d^2}{4\lambda^2 L^2}.$$

Доля K_0 энергии лазера, попавшей в телескоп после отражения света от отражателя на Луне, равна

$$K_0 = K_1 K_2 = \left(\frac{dD}{2\lambda L} \right)^4 \approx 10^{-12}.$$

3) В зрачок невооруженного глаза попадает во столько раз меньшая доля светового потока по сравнению с телескопом, во сколько раз площадь зрачка $S_{зр}$ меньше площади зеркала телескопа S_T :

$$K_{зр} = K_0 \frac{S_{зр}}{S_T} = K_0 \frac{d_{зр}^2}{D^2} \approx 3,7 \cdot 10^{-18}.$$

Поэтому число фотонов N , попавших в зрачок, равно

$$N = \frac{E}{h\nu} K_{зр} = 12.$$

Так как $N < n$, то невооруженным глазом зафиксировать отраженный импульс невозможно.

4) В отсутствие отражателя $\alpha = 10\%$ энергии лазерного излучения, попавшего на Луну, рассеивается лунной поверхностью в телесном угле $\Omega_1 = 2\pi$ ср.

Телесный угол, в котором видно с Луны зеркало телескопа, составляет

$$\Omega_2 = S_T / L^2 = \pi D^2 / 4L^2.$$

Поэтому в телескоп попадает доля K энергии, равная

$$K = \alpha \frac{\Omega_2}{\Omega_1} = \alpha \frac{D^2}{8L^2} \approx 0,5 \cdot 10^{-18}.$$

Таким образом, выигрыш β , который дает применение отражателя, равен

$$\beta = K_0 / K \approx 2 \cdot 10^6.$$

П р и м е ч а н и е. Полученный результат является лишь оценочным, так как световой поток внутри угла распределяется неравномерно.

49. «Черный ящик» имел 4 вывода. Для определения эквивалентной цепи и параметров ее элементов можно выполнить сначала измерения на постоянном токе. Наиболее целесообразно собрать цепь по схеме по рис. 111 и построить вольтамперные характеристики для различных выводов «ящика». Это сразу позволяло убедиться, что в «ящике» нет источников э. д. с. (график $I = f(U)$ проходит через начало координат), нет диодов (сила тока не зависит от полярности включения внешнего источника тока), по углу наклона графика можно определить сопротивления между различными выводами «ящика». Опыты позволяли оценить значения R_{1-2} и R_{3-4} . Между другими выводами «ящика» амперметр тока не пока-

ывал. Это означает, что между этими выводами, возможно, находятся резисторы с сопротивлениями большими, чем R_H :

$$R_H = \frac{U_{\max}}{I_{\min}} = \frac{4,5\text{В}}{2 \cdot 10^{-6}\text{А}} = 2,25 \cdot 10^6 \text{ Ом},$$

где I_{\min} — минимальное значение силы тока, который зафиксировал

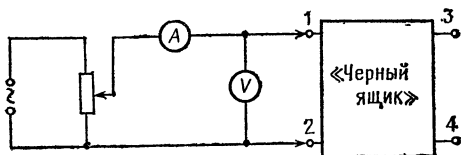


Рис. 111

бы прибор. Возможно, что между выводами 1—3, 1—4, 2—3, 2—4 находятся конденсаторы (рис. 112).

Далее можно выполнить аналогичные измерения на переменном токе. Снятые вольтамперные характеристики позволяли определить полные сопротивления переменному току участков 1—2 и 3—4: Z_1 и Z_2 и сравнить их со значениями R_1 и R_2 . Оказалось, что $Z_1 > R_1$ и $Z_2 > R_2$.

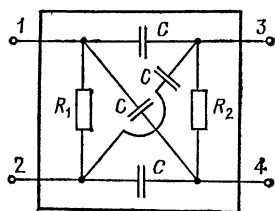


Рис. 112

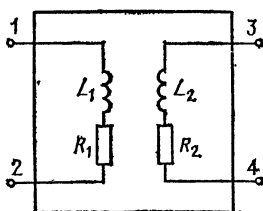


Рис. 113

Этот факт сразу позволяет заключить, что в «черном ящике» к выводам 1—2 и 3—4 подключены катушки (рис. 113). Индуктивности катушек L_1 и L_2 можно определить по формулам

$$L_1 = \frac{\sqrt{Z_1^2 - R_1^2}}{2\pi\nu}, \quad L_2 = \frac{\sqrt{Z_2^2 - R_2^2}}{2\pi\nu}.$$

После этого надо было исследовать зависимости $Z=f(I)$, $L=f(I)$. Характер обнаруженных зависимостей позволял сделать вывод о наличии ферромагнитных сердечников в катушках. По результатам измерений на переменном токе можно было определить также верхнюю границу емкостей конденсаторов, которые могли бы быть между выводами 1—3, 1—4, 2—3, 2—4:

$$C_{\max} = \frac{I_{\min}}{2\pi\nu U_{\max}} = \frac{5 \cdot 10^{-6} \text{ А}}{2 \cdot 3,14 \cdot 50 \text{ с}^{-1} \cdot 3 \text{ В}} = 5 \cdot 10^{-9} \text{ Ф} = 5 \text{ нФ}.$$

Затем можно было проверить наличие индуктивной связи между цепями 1—2 и 3—4. График зависимости напряжения U_{3-4} от напряжения U_{1-2} (рис. 114) позволяет определить не только коэффициент трансформации

$$K = \frac{U_{1-2}}{U_{3-4}} = \frac{1}{2},$$

но и максимальные рабочие напряжения на катушках L_1 и L_2 , при

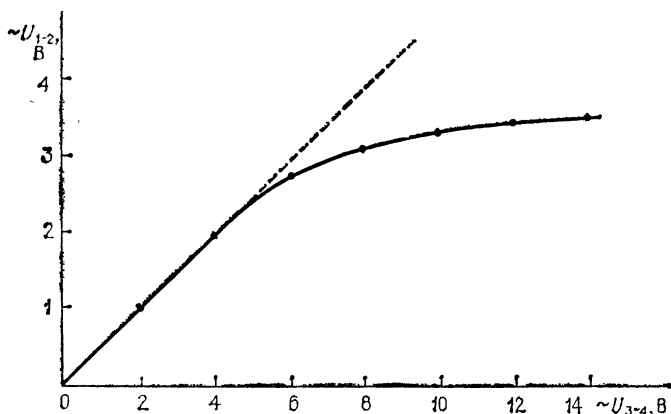


Рис. 114

которых коэффициент трансформации еще не изменяется, т. е. насыщение сердечника еще не наступило:

$$U_{1-2}(\max) = 2,5 \text{ В}, \quad U_{3-4}(\max) = 5 \text{ В}.$$

Можно было построить график $K(U_{1-2})$ или $K(U_{3-4})$ (рис. 115).

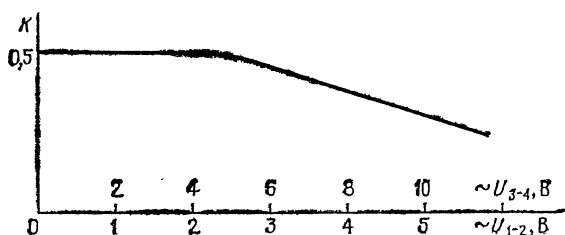


Рис. 115

Определение схемы «ящика» было возможно и после опытов на постоянном токе. Для этого надо было обнаружить наличие индуктивной связи между выводами 1—2 и 3—4, т. е. появление э. д. с. индукции в цепи 3—4 при замыкании и размыкании цепи 1—2 и наоборот. Сравнивая направления отброса стрелок вольтметров, подключенных к выво-

дам 1—2 и 3—4, можно было определить направления намотки обмоток трансформатора.

50. До истечения газа, т. е. до момента вылета перегородки из пробирки, систему «пробирка с газом — перегородка» можно считать замкнутой. Запишем для нее законы сохранения импульса и энергии:

$$(M + nM_0) v_1 - mu = 0, \quad (1)$$

$$\frac{(M + nM_0) v_1^2}{2} + \frac{mu^2}{2} = \Delta U, \quad (2)$$

где v_1 — скорость пробирки в момент вылета перегородки со скоростью u , ΔU — изменение внутренней энергии газа. Так как газ идеальный и одноатомный, то

$$\Delta U = \frac{3}{2} nR \Delta T = \frac{3}{2} nR (T - T_k); \quad (3)$$

T_k — температура газа в момент вылета перегородки определяется из уравнения адиабатического расширения:

$$PV^\gamma = \text{const.}$$

С учетом уравнения газового состояния $PV = nRT$ получим

$$TV^{\gamma-1} = \text{const.}, \quad TV_k^{\gamma-1} = T_k V_k^{\gamma-1}.$$

Так как по условию задачи $V_k = 2V$, а показатель адиабаты для одноатомного газа равен $\gamma = c_p/c_v = \frac{5}{2}R : \frac{3}{2}R = 5/3$, то

$$T_k = T(V/V_k)^{\gamma-1} = T/2^{2/3} = T \cdot 2^{-2/3}. \quad (4)$$

Решая уравнения (1) — (4) совместно, получаем

$$v_1 = \sqrt{3(1 - 2^{-2/3}) \frac{mnRT}{(nM_0 + M)(m + nM_0 + M)}}. \quad (5)$$

Если допустить, что масса газа nM_0 много меньше массы пробирки и перегородки, то формула (5) упрощается:

$$v_1 = \sqrt{3(1 - 2^{-2/3}) \frac{mnRT}{M(m + M)}}. \quad (5')$$

После вылета перегородки пробирка приобретает дополнительную скорость v_2 за счет упругих ударов атомов о дно пробирки. Каждый атом передает пробирке импульс, равный

$$p = 2m_A \Delta \bar{v}_x,$$

где m_A — масса атома: $m_A = M_0/N_A$, а \bar{v}_x выражается через среднюю квадратическую скорость атомов следующим образом:

$$\bar{v}_x = \sqrt{\frac{\bar{v}^2}{3}}, \quad \text{так как} \quad \begin{cases} \bar{v}_x^2 + \bar{v}_y^2 + \bar{v}_z^2 = \bar{v}^2, \\ \bar{v}_x^2 = \bar{v}_y^2 = \bar{v}_z^2. \end{cases}$$

Следовательно, за счет упругого удара одного атома пробирка получает импульс

$$p = 2 \frac{M_0}{N_A} \sqrt{\frac{\bar{v}^2}{3}}.$$

Все расчеты мы проводим в системе отсчета, движущейся со скоростью v_1 , и в предположении, что тепловые скорости движения атомов много больше скорости пробирки.

Так как в среднем о дно пробирки ударяется половина всех атомов, то полный импульс p_n , полученный пробиркой, равен

$$p_n = \frac{1}{2} n N_A p = n M_0 \sqrt{\frac{v^2}{3}}, \quad (6)$$

а скорость пробирки v_2 в системе отсчета, движущейся со скоростью v_1 , равна

$$v_2 = \frac{p_n}{M} = n \frac{M_0}{M} \sqrt{\frac{v^2}{3}}. \quad (7)$$

Подставляя в полученное выражение значение средней квадратической скорости атомов

$$\sqrt{v^2} = \sqrt{\frac{3RT_K}{M_0}}$$

и учитывая выражение (4) для температуры T_K , получим

$$v_2 = 2^{-1/3} \frac{n \sqrt{M_0 R T}}{M}. \quad (8)$$

Следовательно, искомая конечная скорость пробирки в системе отсчета, в которой в начальный момент пробирка была неподвижна, равна $v = v_1 + v_2 =$

$$\begin{aligned} &= \sqrt{3(1-2^{-2/3}) \frac{mnRT}{(nM_0+M)(m+nM_0+M)}} + 2^{-1/3} \frac{n \sqrt{M_0 R T}}{M} \approx \\ &\approx \sqrt{3(1-2^{-2/3}) \frac{mnRT}{M(m+M)}} + 2^{-1/3} \frac{n \sqrt{M_0 R T}}{M}. \end{aligned}$$

51. 1) Напряжение U_0 подается на лампу с сопротивлением R_0 через потенциометр, общее сопротивление R которого надо определить (рис. 116). Запишем для этой цепи законы Кирхгофа:

$$I = \frac{U_0}{R_0} + \frac{U_0}{R - R_x}, \quad (1)$$

где R_x — сопротивление верхнего участка реостата,

$$U_0 = \mathcal{E} - IR_x. \quad (2)$$

К. п. д. такой цепи равен

$$\eta = \frac{P_{\text{пол}}}{P_{\text{ист}}} = \frac{U_0^2/R}{I\mathcal{E}} = \frac{U_0^2}{RI\mathcal{E}}. \quad (3)$$

Из выражения (3) видно, что максимальный ток, на который должен быть рассчитан реостат, определяется минимальным значением к. п. д. цепи лампы:

$$I_{\text{max}} = \frac{U_0^2}{R\mathcal{E}\eta_{\text{min}}} = \frac{U_0^2}{R\mathcal{E}\eta_0}. \quad (4)$$

Сопротивление реостата R как функцию от к. п. д. цепи рассчитаем, подставив значение силы тока из выражения (3), $I = \frac{U_0^2}{R\mathcal{E}\eta}$, в формулы (1) и (2):

$$\frac{U_0}{RI\mathcal{E}_0} = \frac{1}{R_0} + \frac{1}{R - R_x}, \quad (5)$$

$$R_x = (\mathcal{E} - U_0) \frac{R\mathcal{E}\eta}{U_0^2}. \quad (6)$$

Отсюда

$$R = R_0\eta \frac{\mathcal{E}^2}{U_0^2} \frac{1 + \eta \left(1 - \frac{\mathcal{E}}{U_0}\right)}{1 - \frac{\mathcal{E}}{U_0}\eta}. \quad (7)$$

Для ответа на оставшиеся два вопроса задачи необходимо выяснить характер зависимости $R(\eta)$. С этой целью найдем производную $R'(\eta)$:

$$\begin{aligned} R'(\eta) &\sim \left(\frac{\eta + \eta^2 \left(1 - \frac{\mathcal{E}}{U_0}\right)}{1 - \frac{\mathcal{E}}{U_0}\eta} \right)' \sim \\ &\sim 1 + 2\eta \left(1 - \frac{\mathcal{E}}{U_0}\right) \left(1 - \frac{\mathcal{E}}{U_0}\eta\right) + \left[\eta + \eta^2 \left(1 - \frac{\mathcal{E}}{U_0}\right) \right] \frac{\mathcal{E}_0}{U_0} = \\ &= \eta \left(2 - \frac{\mathcal{E}}{U_0}\eta\right) \left(1 - \frac{\mathcal{E}}{U_0}\right) + 1. \end{aligned}$$

Так как $\eta < 1$, то полученное выражение положительно, а, следовательно,

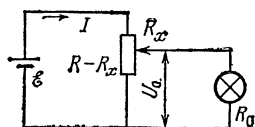


Рис. 116

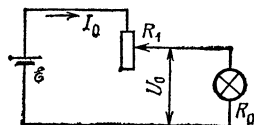


Рис. 117

$R(\eta)$ — функция возрастающая, и для того чтобы к. п. д. был не меньше $\eta_0 = 0,6$, сопротивление реостата должно быть больше или равно минимальному значению R_{\min} . Это значение получается при подстановке в выражение (7) $\eta = \eta_0$:

$$R \geq R_{\min} = R_0\eta_0 \frac{\mathcal{E}^2}{U_0^2} \frac{1 + \eta_0 \left(1 - \frac{\mathcal{E}}{U_0}\right)}{1 - \frac{\mathcal{E}}{U_0}\eta_0} = 8,5 \text{ Ом.}$$

2) Так как $R(\eta)$ — функция возрастающая, то максимальное значение к. п. д. будет достигнуто при $R \rightarrow \infty$. При этом общая сила тока будет минимальна и весь ток пойдет через нагрузку: $I = I_0 = U_0/R$, а

$$\eta_{\max} = IU_0/I\mathcal{E} = U_0/\mathcal{E} = 0,75.$$

Для реализации этого случая достаточно собрать электрическую цепь по схеме, представленной на рис. 117. Сопротивление R_1 части реостата, через которую протекает ток, определим, применив закон Ома

$$R_1 = \frac{\mathcal{E} - U_0}{I_0} = \frac{\mathcal{E} - U_0}{U_0} R_0 = \left(\frac{\mathcal{E}}{U_0} - 1 \right) R_0 = 0,67 \text{ Ом.}$$

52. 1) Сигнал, регистрируемый приемником A , определяется интерференцией прямого луча 1 и луча 2, отраженного от поверхности воды

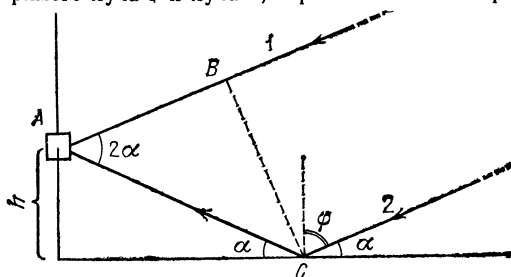


Рис. 118

(рис. 118). Так как луч 2 отражается от оптически более плотной среды, фаза колебаний изменяется на π , при этом разность хода Δ лучей 1 и 2 равна

$$\begin{aligned} \Delta = AC + \frac{\lambda}{2} - AB &= \frac{h}{\sin \alpha} + \frac{\lambda}{2} - \left(\frac{h}{\sin \alpha} \right) \cos 2\alpha = \\ &= \frac{\lambda}{2} + \frac{h}{\sin \alpha} (1 - \cos 2\alpha) = \frac{\lambda}{2} + 2h \sin \alpha. \end{aligned} \quad (1)$$

Запишем условие интерференционных максимумов:

$$\frac{\lambda}{2} + 2h \sin \alpha_{\max} = k\lambda,$$

или

$$\sin \alpha_{\max} = \left(k - \frac{1}{2} \right) \frac{\lambda}{2h} = \frac{\lambda}{4h} (2k - 1), \quad (2)$$

где $k=1, 2, 3, \dots, 19$. (Разность хода не может превышать h , следовательно, k не превышает 19.)

Условия интерференционных минимумов определяются из выражения

$$\frac{\lambda}{2} + 2h \sin \alpha_{\min} = (2k + 1) \frac{\lambda}{2},$$

или

$$\sin \alpha_{\min} = \frac{k\lambda}{2h}, \quad (3)$$

где $k=0, 1, 2, 3, \dots, 19$.

2) Так как при восходе угловая высота α радиозвезды равна нулю, то выполняется условие минимума. Поэтому непосредственно после ее восхода интенсивность принимаемого сигнала будет возрастать.

3) При выполнении условия интерференционного максимума в приемник попадает электромагнитная волна, амплитуда электрического поля E которой равна сумме амплитуд электрического поля E_i падающей волны прямого луча и отраженной волны E_r : $E_{\max} = E_i + E_r$.

Так как по условию задачи $E_r = E_i \frac{n - \cos \varphi}{n + \cos \varphi}$, то $E_{\max} = E_i \left(1 + \frac{n - \cos \varphi_{\max}}{n + \cos \varphi_{\max}} \right)$.

Поскольку $\varphi_{\max} = \pi/2 - \alpha_{\max}$, получим

$$E_{\max} = E_i \left(1 + \frac{n - \sin \varphi_{\max}}{n + \sin \varphi_{\max}} \right) = E_i \frac{2n}{n + \sin \varphi_{\max}}. \quad (4)$$

При интерференционном минимуме амплитуда результирующей волны равна

$$E_{\min} = E_i - E_r = E_i \frac{2 \sin \varphi_{\min}}{n + \sin \varphi_{\min}}. \quad (5)$$

Интенсивность I пропорциональна квадрату амплитуды E , поэтому отношение интенсивностей в соответствующих максимумах и минимумах равно

$$\frac{I_{\max}}{I_{\min}} = \left(\frac{E_{\max}}{E_{\min}} \right)^2 = \frac{n^2}{\sin^2 \varphi_{\min}} \frac{(n + \sin \varphi_{\min})^2}{(n + \sin \varphi_{\max})^2}. \quad (6)$$

Подставляя в выражение (6) условия (2) и (3) для $\sin \varphi_{\min}$ и $\sin \varphi_{\max}$, получим

$$\frac{I_{\max}}{I_{\min}} = \frac{4n^2 h^2}{k^2 \lambda^2} \left[\frac{n + k \frac{\lambda}{2h}}{n + (2k-1) \frac{\lambda}{4h}} \right]^2. \quad (7)$$

Из этой общей формулы, справедливой для любого k , получим выражение для частного случая $k=1$, соответствующего первому максимуму и следующему за ним минимуму:

$$\frac{I_{\max}}{I_{\min}} = \frac{4n^2 h^2}{\lambda^2} \left(\frac{n + \lambda/2h}{n + \lambda/4h} \right)^2 = 3 \cdot 10^4.$$

4) Так как $n \gg \lambda/2h$, то из соотношения (7) получаем

$$\frac{I_{\max}}{I_{\min}} \approx \frac{4n^2 h^2}{k^2 \lambda^2},$$

т. е. с восхождением радиозвезды над горизонтом в связи с ростом числа k отношение интенсивностей сигналов I_{\max}/I_{\min} , принимаемых в соседних максимумах и минимумах, уменьшается.

53. 1) При выполнении первого задания следует провести не менее 10 измерений длины l_n резинового шнура при разных значениях массы груза m_n .

Вычислив для каждого опыта значение $\Delta l_n = l_n - l_0$, построить график зависимости удлинения Δl_n от силы натяжения $F_n = m_n g$.

Таблица 1

m_n , кг	$F_n = m_n g$, Н	l_n , мм	$\Delta l_n = l_n - l_0$, мм
0,005	0,05	153	3
0,015	0,15	158	8
0,025	0,25	164	14
0,035	0,35	172	22
0,045	0,45	181	31
0,055	0,55	191	41
0,065	0,65	202	53
0,075	0,75	215	65
0,085	0,85	228	78
0,095	0,95	243	93
0,105	1,05	261	111

Результаты одного из опытов приведены в табл. 1. График $\Delta l_n (F_n)$, соответствующий этой зависимости, представлен на рис. 119.

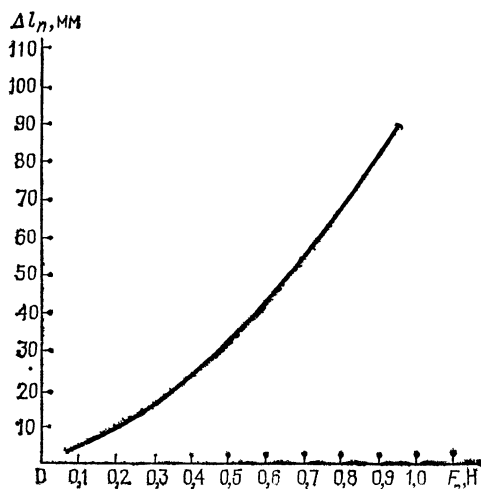


Рис. 119

2) Для вычисления объема V_n шнура при каждом измерении нужно использовать закон Гука в виде

$$\frac{\Delta l'_n}{l_n} = \frac{1}{E} \frac{\Delta F_n}{S_n},$$

откуда

$$S_n = \frac{l_n \Delta F_n}{E \Delta l'_n},$$

где $\Delta l'_n = l_n - l_{n-1}$, $\Delta F_n = \Delta m_n g$. (Использование закона Гука в виде $\frac{\Delta l_n}{l_n} = \frac{1}{E} \frac{F}{S}$ для определения S_n приводит к большим погрешностям, так как $\Delta l'_n$ сравнимо с l_n .)

Зная S_n , легко рассчитать значение объема шнура V_n при каждом значении F_n :

$$V_n = S_n l_n = \frac{l_n^2 \Delta F_n}{E \Delta l'_n}.$$

По результатам табл. 1 требовалось составить табл. 2 и внести в нее результаты всех расчетов.

Т а б л и ц а 2

$\Delta m_n = m_n - m_{n-1},$ кг	$\Delta F_n =$ $= \Delta m_n g,$ Н	$l_n, \text{ м}$	$\Delta l'_n =$ $= l_n - l_{n-1},$ м	$S_n = \frac{l_n \Delta F_n}{E \Delta l'_n},$ м ²	$V_n = l_n S_n,$ м ³
0,035—0,025	0,1	0,172	0,008	$1,07 \cdot 10^{-6}$	$184 \cdot 10^{-9}$
0,045—0,035	0,1	0,181	0,009	$1,01 \cdot 10^{-6}$	$183 \cdot 10^{-9}$
0,055—0,045	0,1	0,191	0,010	$0,95 \cdot 10^{-6}$	$182 \cdot 10^{-9}$
0,065—0,055	0,1	0,203	0,012	$0,92 \cdot 10^{-6}$	$187 \cdot 10^{-9}$
0,075—0,065	0,1	0,215	0,012	$0,89 \cdot 10^{-6}$	$191 \cdot 10^{-9}$
0,085—0,075	0,1	0,228	0,013	$0,88 \cdot 10^{-6}$	$200 \cdot 10^{-9}$
0,095—0,085	0,1	0,243	0,015	$0,81 \cdot 10^{-6}$	$196 \cdot 10^{-9}$
0,105—0,095	0,1	0,261	0,018	$0,72 \cdot 10^{-6}$	$188 \cdot 10^{-9}$

Результаты этих опытов показывают, что относительный разброс полученных значений объема шнура от среднего значения объема равен

$$\varepsilon = \frac{\Delta V_{n \text{ ср}} \cdot 100\%}{V_{n \text{ ср}}} \approx \frac{5,3 \cdot 10^{-9}}{189 \cdot 10^{-9}} \cdot 100\% \approx 2,8\%.$$

Это меньше заданных в условии задачи возможных отклонений от закона Гука.

Таким образом, полученные результаты позволяют сделать вывод о постоянстве объема шнура в условиях данного опыта:

$$V_n = \text{const.}$$

П р и м е ч а н и е. Этот же результат можно получить и теоретически. Запишем закон Гука для относительного удлинения шнура:

$$\frac{\Delta l}{l} = \frac{1}{E} \frac{F}{S} \quad (1)$$

и для относительного уменьшения его радиуса:

$$\frac{\Delta r}{r} = -\frac{\sigma}{E} \frac{F}{S}, \quad (2)$$

где σ — постоянная Пуассона.

Объем резинового шнура равен

$$V = \pi r^2 l.$$

Изменение объема шнура при малых изменениях его длины равно

$$\Delta V = \pi (2rl \Delta r + r^2 \Delta l). \quad (3)$$

Учтя выражения (1) и (2), получим

$$\Delta V = \pi \left(-2rr \frac{\sigma F}{ES} l + r^2 l \frac{1}{E} \frac{F}{S} \right) = r^2 l \frac{F}{ES} (1 - 2\sigma). \quad (4)$$

Выражение (4) показывает, что объем шнура может увеличиться или уменьшиться в зависимости от постоянной Пуассона для вещества, из которого изготовлен шнур.

Так как для резины $\sigma = 0,5$, то $\Delta V = 0$, а следовательно,

$$V = \text{const.}$$

3) Второй способ определения объема шнура при заданной массе груза заключается в определении периода малых колебаний чашки с грузом на весах. Эти колебания происходят под действием силы

$$F = ES \frac{\Delta l}{l}.$$

При малых амплитудах можно считать S постоянной величиной, поэтому, применив второй закон Ньютона:

$$-ES \frac{\Delta l}{l} = m \frac{d^2 (\Delta l)}{dt^2},$$

можно определить период гармонических колебаний системы:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{ml}{ES}}.$$

Отсюда находим

$$S = \frac{(2\pi)^2 ml}{ET^2},$$

а искомый объем шнура равен

$$V = Sl = \frac{4\pi^2 ml^2}{ET^2}.$$

Измерив период колебаний $T = t/n = 5,25 \text{ с} / 10 = 0,52 \text{ с}$ при массе груза с чашкой, равной $m = 0,065 \text{ кг}$, получаем $V \approx 195 \cdot 10^{-9} \text{ м}^3$, что согласуется с данными первой серии измерений.

54. а) Когда лампа находится в рабочем режиме, эквивалентную схему цепи можно представить так, как показано на рис. 120.

Полное сопротивление такой цепи равно

$$Z = \sqrt{(R_a + R_d)^2 + (2\pi\nu L)^2},$$

откуда искомая индуктивность дросселя

$$L = \frac{1}{2\pi\nu} \sqrt{Z^2 - (R_a + R_d)^2}.$$

Подставляя в последнее уравнение $Z = U/I$ и $R_a = U'/I$, получим

$$L = \frac{1}{2\pi\nu} \sqrt{\frac{U^2}{I^2} - \left(R_d + \frac{U'}{I}\right)^2} \approx 1,09 \text{ Гн.}$$

б) Как видно из векторной диаграммы для данной цепи (рис. 121), сдвиг фазы между колебаниями напряжения и силы тока определяется из выражения

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \varphi &= \frac{U_L}{U_a + U_d} = \frac{2\pi\nu L}{R_a + R_d} = \frac{2\pi\nu L}{U'/I + R_d}; \\ \operatorname{tg} \varphi &\approx 2,06, \quad \varphi \approx 64,1^\circ. \end{aligned}$$

в) Среднюю мощность, выделяемую в цепи за период, можно рассчитать по одной из нижеприведенных формул:

$$\bar{P} = IU \cos \varphi, \quad (1)$$

где I и U — действующие значения силы тока и напряжения, или

$$\bar{P} = I^2 R = I^2 (R_d + U'/I). \quad (2)$$

Подстановка числовых данных в любую из этих формул приводит к результату: $\bar{P} \approx 60 \text{ Вт}$.

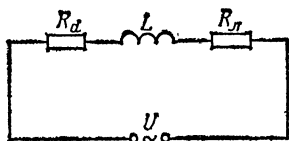


Рис. 120

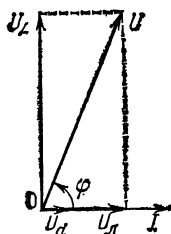


Рис. 121

г) Сетевое напряжение ниже напряжения зажигания люминесцентной лампы. При замыкании контактов стартера через дроссельную катушку течет ток. При размыкании контактов стартера возникает э. д. с. самоиндукции, пропорциональная индуктивности катушки и скорости изменения тока:

$$\mathcal{E} = -L \frac{\Delta i}{\Delta t} = -Li'.$$

Характерное время τ , в течение которого изменяется сила тока в катушке, зависит от емкости C схемы, включенной параллельно дросселю:

$$\tau \sim \sqrt{LC}.$$

Если емкость C мала, то э. д. с. самоиндукции может достигать значения, достаточного для зажигания газового разряда в лампе.

П р и м е ч а н и е. Для зажигания лампы необходимо, чтобы момент размыкания контактов стартера не совпал с моментом, когда мгновенное значение силы тока равно нулю.

д) В стационарном режиме световой поток Φ лампы пропорционален выделяемой в ней электрической мощности P :

$$\Phi \sim P = I_M^2 R_d \cos^2 \omega t = \frac{1}{2} I_M^2 R_d (1 + \cos 2\omega t) = \frac{1}{2} \Phi_M (1 + \cos 2\omega t),$$

где I_M и Φ_M — амплитудные значения силы тока и светового потока. Из полученного выражения видно, что частота колебаний Φ и P равна $2\nu = 100$ Гц. График зависимости мощности P лампы от времени t показан на рис. 122 штриховой линией.

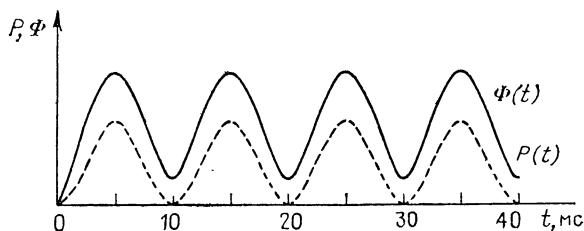


Рис. 122

График зависимости $\Phi(t)$ не полностью совпадает с графиком $P(t)$. В моменты времени, когда $P=0$, $\Phi \neq 0$, так как свечение плазмы в лампе полностью не прекращается. Приблизительный график $\Phi(t)$ представлен на рис. 122 сплошной линией.

е) Несмотря на то, что напряжение на лампе в определенные промежутки времени равно нулю, в лампе остаются свободные носители заряда — ионы ртути и электроны. Время их рекомбинации достаточно велико по сравнению со временем, в течение которого отсутствует подвод энергии.

ж) Подключение последовательно с дросселем конденсатора $C_0 = 4,7$ мкФ практически не отразится на зажигании лампы, так как емкость конденсатора C_0 много больше емкости C , образуемой электродами лампы и стартера, и их совместная емкость C' мало отличается от C :

$$C' = \frac{C_0 C}{C_0 + C} = \frac{C}{1 + C/C_0} \approx C.$$

Поэтому при размыкании контактов стартера напряжение на лампе значительно больше напряжения на конденсаторе:

$$U_d/U = C_0/C \gg 1.$$

Таким образом, принцип зажигания лампы останется прежним.

Рассмотрим теперь, изменится ли сила тока, протекающего через лампу в стационарном режиме.

Схема новой цепи представлена на рис. 123. Полное сопротивление этой цепи равно

$$Z' = \sqrt{\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2 + (R_{\pi} + R_d)^2}.$$

Так как $X_L = \omega L \approx 342 \text{ Ом}$, а $X_C = \frac{1}{\omega C} \approx 677 \text{ Ом}$, т. е. $|\omega L| \approx \left|\omega L - \frac{1}{\omega C}\right|$, получаем: $Z' \approx 374 \text{ Ом}$ ($Z' \approx Z$). Следовательно, сила тока в цепи изменится мало: $I' = 0,61 \text{ А}$. Мало изменится и напряжение на лампе: $U' = 85,5 \text{ В}$.

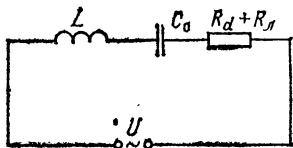


Рис. 123

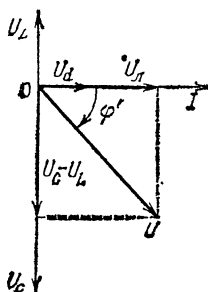


Рис. 124

Мало изменится также модуль сдвига фаз—этот угол лишь изменит знак, что хорошо видно из векторной диаграммы (рис. 124):

$$\operatorname{tg} \varphi' = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R_{\pi} + R_d} = -2,01; \quad \varphi' = -63,6^\circ \quad (|\varphi'| \approx |\varphi|).$$

При параллельном включении большого количества люминесцентных ламп увеличивается сдвиг фаз между током и напряжением, и для получения той же мощности на каждой лампе нужна большая сила тока.

Рассмотрим это на примере. При двух параллельно включенных лампах без конденсаторов сила тока равна

$$I = I_0 \cos(\omega t + \varphi) + I_0 \cos(\omega t + \varphi) = 2I_0 \cos(\omega t + \varphi).$$

Если же включить параллельно такой лампе лампу с конденсатором C_0 , то

$$I = I_0 \cos(\omega t + \varphi) + I_0 \cos(\omega t - \varphi) = 2I_0 \cos \varphi \cos \omega t.$$

Из полученных выражений видно, что сила тока во втором случае меньше в 2,3 раза, так как $\cos \varphi \approx 0,44$.

Таким образом, конденсаторы нужны для компенсации сдвига фаз.

з) Одна половина люминесцентной лампы была очищена от люминесцентного покрытия. Учащиеся с помощью спектрокопа наблюдали линейчатый спектр ртути.

Спектр от половины трубки с покрытием был сплошным. Он образуется при поглощении люминофором ультрафиолетового излучения ртути-

ной лампы с последующим излучением сплошного спектра в видимой области в соответствии с законом Стокса:

$$\lambda_2 > \lambda_1.$$

55. Как видно из рис. 125, центр масс вешалки лежит на прямой, которая одновременно является высотой, медианой и биссектрисой равнобедренного треугольника. Обозначим S_a , S_b , S_c расстояния от центра масс до точек подвеса в случаях, изображенных на рис. 125.

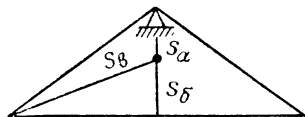


Рис. 125

Так как во всех трех случаях колеблющаяся вешалка является физическим маятником, то период колебаний этого маятника (вешалки) можно определить как

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgS}}, \quad (1)$$

где I — момент инерции вешалки относительно оси колебаний. Согласно теореме Штейнера

$$I = I_0 + mS^2, \quad (2)$$

где I_0 — момент инерции вешалки относительно ее центра масс, S — расстояние от центра масс до оси колебаний.

Из выражений (1) и (2) получаем:

$$\begin{aligned} T &= 2\pi \sqrt{\frac{I_0 + mS^2}{mgS}}, \\ I_0 + mS^2 &= mgS (T/2\pi)^2, \\ S^2 - gS (T/2\pi)^2 + I_0/m &= 0. \end{aligned} \quad (3)$$

Так как по условию периоды колебаний вешалки во всех трех случаях равны, то уравнение (3) имеет не более двух корней. Другими словами, два значения из трех: S_a , S_b , S_c — равны между собой.

Учитывая соотношение $S_c > S_a + S_b$, получаем, что равными могут быть только расстояния S_a и S_b .

Из условий $S_a = S_b$ и $S_a + S_b = 10$ см получаем: $S_a = S_b = 5$ см, а $S_c = \sqrt{21^2 + 5^2} = 21,6$ см.

Зная два разных корня S_1 и S_2 уравнения (3), из теоремы Виета следует

$$S_1 + S_2 = g (T/2\pi)^2,$$

откуда

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{S_1 + S_2}{g}} = 2\pi \sqrt{\frac{S_a + S_c}{g}}.$$

Подстановка числовых данных приводит к результату: $T = 1,03$ с.

Примечание. Формулу (1) нетрудно вывести. При отклонении вешалки на малый угол α от положения равновесия на нее будет действовать момент сил M , возвращающий ее к первоначальному поло-

жению:

$$M = -mgS\alpha.$$

Используя второй закон динамики для вращательного движения:

$$M = I\epsilon = I\alpha'',$$

получим дифференциальное уравнение

$$\alpha'' = -\frac{mgS}{I}\alpha.$$

Решением этого уравнения является гармоническая функция с периодом

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgS}}.$$

Доказать теорему Штейнера попробуйте сами.

56. а) Условие равновесия шара в воздухе запишем в виде

$$F_A = F_T,$$

где F_A — архимедова сила, равная $F_A = \rho_1 Vg$, а F_T — сила тяжести шара с воздухом: $F_T = \rho_2 Vg + m_0g$ (ρ_1 и ρ_2 — плотности окружающего воздуха при температуре T_1 и воздуха в шаре при температуре T_2).

Тогда условие равновесия шара в воздухе можно записать как

$$\rho_1 Vg = \rho_2 Vg + m_0g,$$

откуда

$$m_0 = (\rho_1 - \rho_2)V. \quad (1)$$

Из уравнения газового состояния:

$$PV = \frac{m}{M}RT, \quad P = \frac{\rho}{M}RT$$

следует, что

$$\rho_1 = PM/RT_1, \quad \rho_2 = PM/RT_2.$$

Отсюда

$$\rho_1/\rho_2 = T_2/T_1. \quad (2)$$

Из выражений (1) и (2) получаем

$$T_2 = \frac{T_1}{1 - m_0/\rho_1 V}. \quad (3)$$

Подстановка числовых данных приводит к результату: $T_2 = 341$ К, или $t_2 = 68^\circ\text{C}$.

б) Если воздух в шаре нагреть до температуры $T_3 = 383$ К, то новое значение силы тяжести шара F'_T равно

$$F'_T = m_0g + \rho_3 Vg.$$

Для удержания шара в положении равновесия необходимо, чтобы сила F , действующая на трос, привязанный к шару, была равна

$$F = F_A - F'_T = \rho_1 Vg - (m_0 + \rho_3 Vg) = [(\rho_1 - \rho_3)V - m_0]g. \quad (4)$$

Аналогично выражению (2) записываем

$$\rho_1/\rho_3 = T_3/T_1. \quad (5)$$

Из выражений (4) и (5) получаем

$$F = [\rho_1 (1 - T_1/T_3) V - m_0] g = 1,2 \text{ Н}. \quad (6)$$

в) Из условия равновесия шара на искомой высоте h получаем

$$F'_A = F'_T, \quad \rho_h V g = m_0 g + \rho_3 V g, \quad \rho_h = \frac{m_0 + \rho_3 V}{V}, \quad (7)$$

где ρ_h — плотность воздуха на высоте h .

С другой стороны, плотности воздуха ρ_h и ρ_1 в изотермической атмосфере связаны барометрической формулой:

$$\rho_h = \rho_1 e^{-\rho_1 g h / P_0}, \quad (8)$$

откуда получим

$$h = \frac{P_0}{\rho_1 g} \ln \frac{\rho_1}{\rho_h},$$

а с учетом выражений (5) и (7) запишем:

$$h = \frac{P_0}{\rho_1 g} \ln \frac{\rho_1 V}{m_0 + \rho_3 V} = \frac{P_0}{\rho_1 g} \ln \frac{\rho_1 V}{m_0 + \rho_1 T_1 V / T_3}. \quad (9)$$

Подстановка числовых значений приводит к результату: $h \approx 843$ м.

г) При небольшой разности высот $\Delta h = 10$ м по сравнению с высотой $h = 843$ м барометрическую формулу (8) можно представить в виде линейной функции:

$$\rho_{h+\Delta h} = \rho_1 e^{-\rho_1 g (h+\Delta h)/P_0} = \rho_h e^{-\rho_1 g \Delta h/P_0} \approx \rho_h (1 - \rho_1 g \Delta h/P_0).$$

Следовательно, для шара, у которого отверстие закрыто, архимедова сила, действующая на него, равна

$$F_A = \rho_{h+\Delta h} V g.$$

Изменение этой силы при малых изменениях высоты Δh нетрудно рассчитать:

$$\frac{\Delta F_A}{\Delta h} = - \frac{\rho_h \rho_1 g}{P_0} V g,$$

откуда

$$\Delta F_A = - \frac{\rho_h \rho_1 g^2}{P_0} V \Delta h.$$

Так как сила, действующая на шар, прямо пропорциональна смещению шара, то он совершает гармонические колебания, период которых равен

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{(m_0 + \rho_3 V) P_0}{\rho_h \rho_1 g^2 V}} = \frac{2\pi}{g} \sqrt{\frac{(m_0 + \rho_3 V) P_0}{(m_0 + \rho_3 V) \rho_1}} = \frac{2\pi}{g} \sqrt{\frac{P_0}{\rho_1}} \approx 186 \text{ с} \approx 3 \text{ мин}.$$

При получении этого результата мы не учитывали сопротивление воздуха, которое, с одной стороны, приведет к тому, что колебания будут

затухающими, а с другой стороны, период реальных колебаний будет несколько больше рассчитанного.

Отметим, что в связи с большим периодом колебаний шара (3 мин.) указанные поправки к полученному значению будут незначительными, так как сила сопротивления, зависящая от скорости, будет невелика.

П р и м е ч а н и е. При решении этой части задачи мы не учитывали эффекта «присоединенной массы» воздуха.

57. 1) Метод определения фокусного расстояния линзы с использованием зеркала заключается в следующем. Линзу кладут на зеркало, а над ними в штативе закрепляется остро отточенный карандаш (рис. 126). Лучи от его острья преломляются в линзе, затем отражаются от

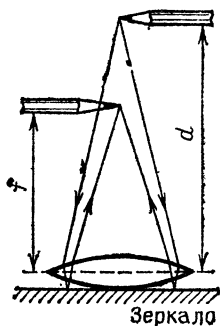


Рис. 126

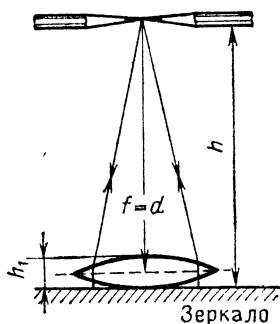


Рис. 127

зеркала и вновь преломляются в линзе. Действительное изображение острья карандаша наблюдается глазом и фиксируется методом параллактического смещения.

Наибольшая точность измерений может быть достигнута при равенстве расстояний d и f : $f=d$. В этом случае острье карандаша и его изображение не будут смещаться относительно друг друга при изменениях положения глаза наблюдателя (рис. 127).

Используем формулу линзы

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = D,$$

где D — оптическая сила системы линз:

$$D = D_0 + D_0 = 2D_0 = 2/F_0,$$

здесь D_0 — оптическая сила одной линзы, F_0 — искомое фокусное расстояние линзы.

Из равенства

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{2}{F_0}$$

можно найти F_0 : при $d=f$, $F_0=d$. Схема хода лучей на рис. 127 подтверждает, что если $d=F_0$, то и $f=F_0$.

При измерении расстояний d и f нужно учесть, что это расстояния от оптического центра линзы. Поэтому, измерив высоту h острия карандаша от зеркала, нужно вычесть половину толщины линзы

$$d = h - \frac{1}{2}h_1.$$

2) Показатель преломления линзы можно определить из формулы

$$\frac{1}{F} = (n-1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right).$$

Так как линза симметричная и двояковыпуклая, то $r_1 = -r_2 = r$, а следовательно,

$$\frac{1}{F_0} = (n-1) \frac{2}{r}. \quad (1)$$

Радиус кривизны линзы r можно определить следующим образом. Налив на зеркало воды и положив на нее линзу, мы получим оптическую систему, состоящую из стеклянной двояковыпуклой линзы, водяной плосковыгнутой линзы и зеркала (рис. 128).



Рис. 128

Определив способом, аналогичным описанному в п. 1), фокусное расстояние системы линз F_c , можно найти фокусное расстояние водяной линзы F_B :

$$D_c = D_B + D_0, \quad \frac{1}{F_c} = \frac{1}{F_B} + \frac{1}{F_0},$$

откуда

$$\frac{1}{F_B} = \frac{1}{F_c} - \frac{1}{F_0}. \quad (2)$$

С другой стороны,

$$\frac{1}{F_B} = (n_B - 1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right),$$

но так как $r_1 = -r$, $r_2 = \infty$, то

$$\frac{1}{F_B} = -(n_B - 1) \frac{1}{r}, \quad (3)$$

где n_B — известный показатель преломления воды.

Из выражений (1), (2) и (3) получаем

$$n = \frac{r}{2F_0} + 1, \quad r = \frac{(n_B - 1) F_0 F_c}{(F_c - F_0)},$$

откуда следует ответ задачи:

$$n = \frac{(n_B - 1) F_c}{2(F_c - F_0)} + 1.$$

58. а) Линейное ускорение a оси цилиндра можно определить из выражения

$$S = at^2/2,$$

измерив путь S , пройденный цилиндром за время t :

$$a = 2S/t^2.$$

Как видно из рис. 26, путь, пройденный цилиндром от контакта A до контакта B , равен

$$S = L - \sqrt{R^2 - (R - D)^2} - \sqrt{R^2 - (R - d)^2} = \\ = L - \sqrt{2RD - D^2} - \sqrt{2Rd - d^2}.$$

Время t фиксируется электронным секундомером. Ускорения a_i нужно было рассчитать для случаев, когда нить намотана на каждый из шести шкивов: $r_1 = 0,75$ см, $r_2 = 1,50$ см, $r_3 = 2,25$ см, $r_4 = 3,00$ см, $r_5 = 3,75$ см, $r_6 = 4,50$ см.

б) Обозначив силу натяжения нити буквой T , запишем выражение второго закона Ньютона в проекциях на горизонтальное направление. Для груза:

$$mg - T = ma, \quad (1)$$

где m — масса груза, a_m — ускорение груза. Для цилиндра:

$$T - F_i = Ma_i, \quad (2)$$

где F_i — искомая горизонтальная сила реакции, возникающая между цилиндром и горизонтальной поверхностью. Записывая условие (2), мы считаем, что силы T и F_i направлены в противоположные стороны.

Соотношение между ускорениями груза и цилиндра a_m и a_i легко получить, учтя, что при повороте цилиндра на малый угол φ его центр масс смещается на величину $\Delta x_i = R\varphi$, а нить с грузом смещается на величину $\Delta x_m = \frac{F_i H}{(R + r_i)\varphi}$. Отсюда

$$\Delta x_m = \frac{R + r_i}{R} \Delta x_i, \\ a_m = \frac{R + r_i}{R} a_i = \\ = \left(1 + \frac{r_i}{R}\right) a_i. \quad (3)$$

Из выражений (1), (2) и (3) получаем

$$F_i = T - Ma_i = m(g - a_m) - \\ - Ma_i = mg - (Ma_i + ma_m) = \\ = mg - [M + m(1 + r_i/R)] a_i. \quad (4)$$

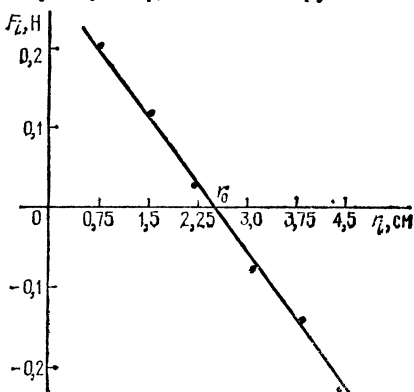


Рис. 129

Выражение (4) позволяет рассчитать значения силы F_i для каждого значения r_i и a_i . Эксперимент показал, что проекция вектора силы F_i при $i = 1, 2, 3$ имеет положительные значения, а при $i = 4, 5, 6$ принимает отрицательные значения.

в) График зависимости F_i от r_i представлен на рис. 129. Из графика видно, что изменение знака силы F_i происходит при $r_0 \approx 2,5$ см, что

составляет половину радиуса R цилиндра:

$$r_0 \approx R/2.$$

Факт изменения знака проекции вектора силы F_i можно объяснить так. При малых значениях r_i ($i=1, 2, 3$) момент силы T меньше того значения, при котором цилиндр приобретает такое угловое ускорение, что может катиться без проскальзывания. При наличии трения сила F_i направлена противоположно вектору силы T и создает дополнительный вращающий момент. Проекция силы F_i при этом положительна, так как именно такое направление предполагалось при записи условия (2).

При больших значениях r_i ($i=4, 5, 6$) момент силы T превышает значение, при котором вращение цилиндра обеспечивает движение без проскальзывания. При наличии сил трения сила F_i создает вращающий момент, противоположный моменту силы T , компенсирует избыток момента силы T .

Полезно выполнить теоретический анализ полученных результатов.

Запишем основное уравнение динамики вращательного движения цилиндра относительно его центра масс:

$$Tr + F_i R = I\varepsilon, \quad (5)$$

где ε — угловое ускорение: $\varepsilon = a_i/R$, I — момент инерции цилиндра со шкивами. Без учета наличия шкивов $I = \frac{1}{2}MR^2$.

Таким образом, выражение (5) можно представить в виде:

$$Tr + F_i R = \frac{1}{2} MR^2 \frac{a_i}{R} = \frac{1}{2} MRa_i. \quad (6)$$

Подставив в уравнение (6) значения T из (1) и F_i из (4), получим

$$F_i = mg \frac{1 - 2 \frac{r_i}{R}}{3 + 2 \frac{m}{M} \left(1 + \frac{r_i}{R}\right)^2}. \quad (7)$$

Анализ выражения (7) позволяет предсказать выводы, полученные в эксперименте. Действительно,

$$\text{при } r_i \rightarrow 0 \quad F_i = \frac{mg}{3 + 2 \frac{m}{M}} > 0,$$

$$\text{при } r_i \rightarrow R \quad F_i = -\frac{mg}{3 + 8 \frac{m}{M}} < 0.$$

Так как в условии задачи $m \ll M$ ($m=0,1$ кг, $M=3,275$ кг), то

$$F_i = \left(\frac{1}{3} - \frac{2}{3} \frac{r_i}{R} \right) mg. \quad (8)$$

Выражение (8) показывает, что функция $F_i(r_i)$ линейная и обращается в нуль при выполнении условия

$$\frac{1}{3} - \frac{2}{3} \frac{r_i}{R} = 0 \Rightarrow r_i = \frac{R}{2}.$$

Таким образом, условие (4) также вытекает из теоретического рассмотрения задачи.

59. 1) В поле силы F_x можно ввести потенциальную энергию E_n (аналогично потенциальной энергии в поле силы тяжести).

Работа силы трения является мерой изменения механической энергии частицы:

$$A_{\text{тр}} = \Delta(E_k + E_n).$$

Так как остановиться частица может только у стенки (в других случаях равновесие невозможно), то перемещение ее происходит из x_0 до 0:

$$\begin{aligned} -F_{\text{тр}}S &= -E_k - F_x x_0, \\ S &= \frac{E_k + F_x x_0}{F_{\text{тр}}} = 20 \text{ м.} \end{aligned}$$

2) Так как зависимость потенциальной энергии частицы от координаты выражается соотношением

$$E_n = E_{n_0} + F_x x,$$

то график $E_n(x)$ является линейной функцией. При $E_{n_0} = 0$ прямая проходит через начало координат (рис. 130).

3) При движении частицы к стенке ее ускорение равно

$$a_{1x} = \frac{F_x - F_{\text{тр}}}{m},$$

а при движении от стенки —

$$a_{2x} = \frac{F_x + F_{\text{тр}}}{m}.$$

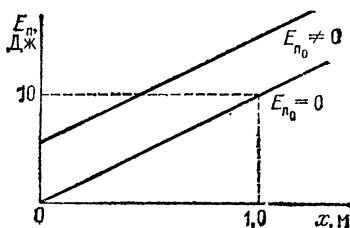


Рис. 130

График зависимости $v_x(x)$ для обоих случаев ($v_{0x} > 0$ и $v_{0x} < 0$)

будет состоять из половинок разных парабол. Это следует из выражений:

$$\begin{aligned} v_{xk}^2 &= 2a_{1x}x = 2 \frac{F_x - F_{\text{тр}}}{m} x, \\ v_{x(k+1)}^2 &= 2a_{2x}x = 2 \frac{F_x + F_{\text{тр}}}{m} x. \end{aligned}$$

Отсюда

$$\frac{v_{xk}^2}{v_{x(k+1)}^2} = \frac{F_x - F_{\text{тр}}}{F_x + F_{\text{тр}}} = \frac{9}{11}.$$

Следовательно, отношение последовательных отрезков по оси Ox равно

$$\frac{x_k}{x_{k+1}} = \frac{11}{9}.$$

В зависимости от направления вектора начальной скорости графики $v_x(x)$ будут иметь вид, представленный на рис. 131 или 132.

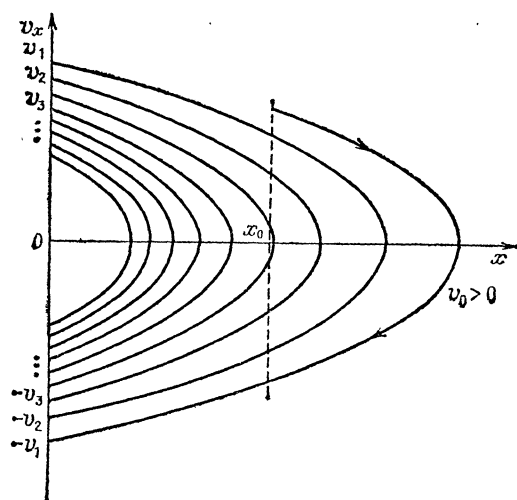


Рис. 131

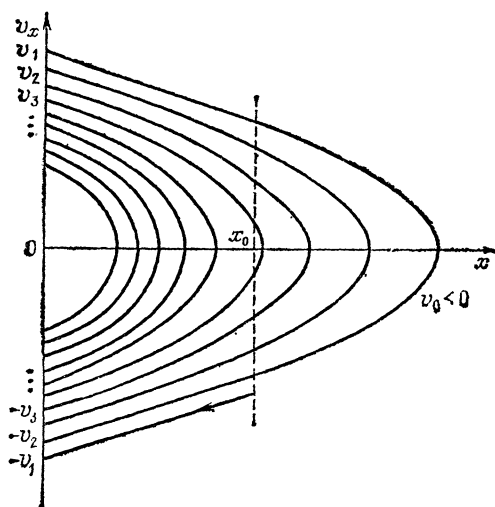


Рис. 132

60. а) Вычислим силу тока I , протекающего через источник тока, воспользовавшись методом векторных диаграмм (рис. 133):

$$I = \sqrt{I_R^2 + (I_{L_1} + I_{L_2} - I_{C_1} - I_{C_2})^2} = U \sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\frac{1}{\omega L_1} + \frac{1}{\omega L_2} - \omega C_1 - \omega C_2 \right)^2}.$$

По условию задачи амплитуда этого тока поддерживается постоянной при любой частоте генератора: $I = I_0$.

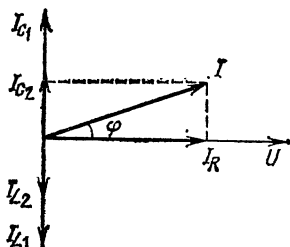


Рис. 133

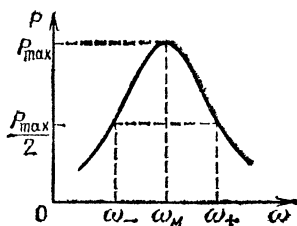


Рис. 134

Введя эквивалентную индуктивность двух параллельно соединенных катушек $\frac{1}{L} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2}$ и эквивалентную емкость двух параллельно соединенных конденсаторов $C = C_1 + C_2$, получим

$$U = \frac{I_0 R}{\sqrt{1 + R^2 (1/\omega L - \omega C)^2}}.$$

Средняя активная мощность P за период равна

$$P = \frac{U^2}{2R} = \frac{I_0^2 R}{2} \frac{1}{1 + R^2 (1/\omega L - \omega C)^2}.$$

Отсюда ясно, что активная мощность, передаваемая цепи от источника тока, максимальна при выполнении условия:

$$\frac{1}{\omega_M L} - \omega_M C = 0,$$

$$\omega_M = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{L_1 L_2}{L_1 + L_2} (C_1 + C_2)}} = 10^5 \text{ рад/с.}$$

Условие, при котором активная мощность $P(\omega_{\pm})$ равна половине максимальной мощности P_{\max} :

$$P(\omega_{\pm}) = P_{\max}/2 \quad (\text{рис. 134}),$$

можно записать в виде:

$$R^2 \left(\frac{1}{\omega L} - \omega C \right)^2 = 1.$$

Отсюда получаем уравнение

$$\omega^4 - \omega^2 \left(\frac{2}{LC} + \frac{1}{R^2 C^2} \right) + \frac{1}{L^2 C^2} = 0.$$

Согласно теореме Виета

$$\begin{cases} \omega_+^2 + \omega_-^2 = \frac{2}{LC} + \frac{1}{R^2 C^2}, \\ \omega_+^2 \omega_-^2 = \frac{1}{L^2 C^2} \Rightarrow \omega_+ \omega_- = \frac{1}{LC}; \end{cases}$$

$$\Delta\omega = \omega_+ - \omega_- =$$

$$= \sqrt{(\omega_+ - \omega_-)^2} = \sqrt{\omega_+^2 + \omega_-^2 - 2\omega_+ \omega_-} = \sqrt{\frac{2}{LC} + \frac{1}{R^2 C^2} - \frac{2}{LC}} = \frac{1}{RC}.$$

Следовательно, искомое значение отношения $\nu_M/\Delta\nu$ равно

$$\frac{\nu_M}{\Delta\nu} = \frac{\omega_M}{\Delta\omega} = \frac{1 \cdot RC}{\sqrt{LC}} = R \sqrt{\frac{C}{L}} = R \sqrt{\frac{(C_1 + C_2)(L_1 + L_2)}{L_1 L_2}} = 150.$$

с) Представив контур $L_1 C_1 C_2 L_2$ в виде эквивалентного контура LC , где

$$L = \frac{L_1 L_2}{L_1 + L_2}, \quad C = C_1 + C_2,$$

получим, что частота свободных электромагнитных колебаний в нем равна

$$\nu_0 = \frac{1}{2\pi \sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi \sqrt{(C_1 + C_2) \frac{L_1 L_2}{L_1 + L_2}}} = 15,9 \text{ кГц}.$$

Этот же результат можно получить, используя п. а): максимальная активная мощность выделяется при совпадении частоты ν_M колебаний приложенного напряжения с собственной частотой колебаний. Заметим, что, так как $L_1 C_1 = L_2 C_2$ ($10 \text{ мГн} \cdot 10 \text{ нФ} = 20 \text{ мГн} \cdot 5 \text{ нФ}$), то частоты свободных колебаний контуров $L_1 C_1$ и $L_2 C_2$ совпадают:

$$\nu_1 = \nu_2 = \frac{1}{2\pi \sqrt{L_1 C_1}} = \frac{1}{2\pi \sqrt{L_2 C_2}},$$

т. е. колебания в них происходят независимо друг от друга.

Вместе с тем этот факт не препятствует существованию кольцевого тока I , который может без затухания течь через катушки L_1 и L_2 . Причиной его возникновения могло быть, например, изменение внешнего магнитного поля.

в) Если ток на участке цепи AB существует, то он как раз и является постоянным кольцевым током I_{AB} , протекающим через катушки L_1 и L_2 . Для постоянного тока достаточно найти одно значение в момент времени t_0 .

Рассмотрим цепь, изображенную на рис. 135. Из первого закона Кирхгофа следует, что

$$I_{AB} = i_{01} + i_{C1} = -i_{C2} - i_{02}, \quad i_{C1} + i_{C2} = -(i_{01} + i_{02}).$$

Учтя, что

$$i_{C1} = \frac{dQ}{dt} = C_1 \frac{dU}{dt}, \quad i_{C2} = C_2 \frac{dU}{dt},$$

получим

$$\begin{aligned} i_{C1}/i_{C2} &= C_1/C_2, \\ i_{C1} &= (i_{C1} + i_{C2}) \frac{C_1}{C_1 + C_2} = -(i_{01} + i_{02}) \frac{C_1}{C_1 + C_2}, \\ I_{AB} &= i_{01} + i_{C1} = i_{01} - (i_{01} + i_{02}) \frac{C_1}{C_1 + C_2}, \\ I_{AB} &= -0,1 \text{ A.} \end{aligned}$$

Следовательно, ток течет от точки B к точке A и равен $I_{BA} = 0,1 \text{ A}$.

г) Поскольку колебания в контурах L_1C_1 и L_2C_2 не зависят друг от друга, вычислим амплитуду колебаний силы тока I_{01} в катушке L_1 , применив закон сохранения энергии к первому контуру для момента времени t_0 .

Учтем также, что вследствие линейности уравнений $U(t)$, $I(t)$, $Q(t)$ колебания не зависят от наличия кольцевого тока I_{AB} в цепи L_1L_2 , нужно только вычесть его из i_{01} , чтобы получить мгновенное значение колебания силы тока i_1 в катушке L_1 :

$$i_1 = i_{01} - I_{AB}, \quad \frac{L_1 I_{01}^2}{2} = \frac{L_1}{2} (i_{01} - I_{AB})^2 + \frac{C_1 U_0^2}{2}.$$

Отсюда для амплитуды колебаний силы тока в катушке L_1 получаем

$$I_{01} = \sqrt{(i_{01} - I_{AB})^2 + \frac{C_1}{L_1} U_0^2} \approx 0,204 \text{ A.}$$

61. 1). Для того чтобы пучок света с длиной волны λ_0 не преломлялся на границе AC при любом угле падения на грань AD , показатели преломления должны быть равны: $n_1 = n_2$, следовательно,

$$a_1 + b_1/\lambda_0^2 = a_2 + b_2/\lambda_0^2, \quad \lambda_0 = \sqrt{\frac{b_1 - b_2}{a_2 - a_1}} = 500 \text{ нм.}$$

При этом

$$n_1 = n_2 = n_0 = a_1 + b_1/\lambda_0^2 = 1,5.$$

2) Приняв длину волны красного цвета $\lambda_{кр} = 800 \text{ нм}$, а фиолетового $\lambda_{ф} = 400 \text{ нм}$, получим:

$$n_{1кр} = a_1 + b_1/\lambda_{кр} = 1,26, \quad n_{2кр} = a_2 + b_2/\lambda_{кр} = 1,38.$$

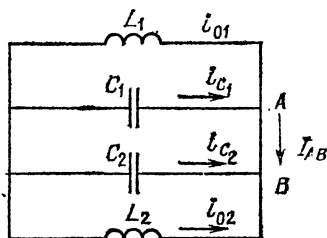


Рис. 135

Аналогично найдем

$$n_{1\phi} = 1,73, \quad n_{2\phi} = 1,61.$$

То есть показатель преломления второй призмы для красного цвета больше, чем для первой, а для фиолетовой — наоборот. Учтя это, нарисуем качественно ход лучей в призме (рис. 136).

3) При длине волны падающего света, для которой выполняется условие $n_1 = n_2$, две призмы эквивалентны одной призме с преломляющим углом $\hat{A}_0 = 30^\circ$.

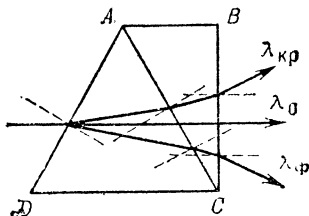


Рис. 136

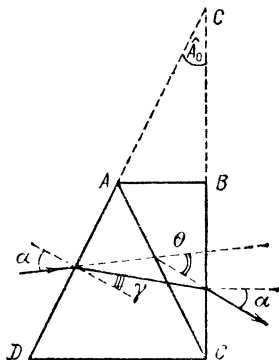


Рис. 137

Легко видеть, что угол отклонения луча θ такой призмой будет минимальным, если угол, под которым луч падает на переднюю грань призмы (AD), равен углу, под которым он выходит из задней грани (BC) (рис. 137), т. е.

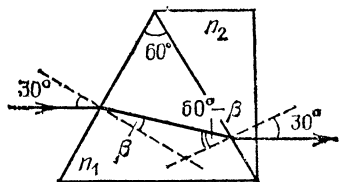


Рис. 138

$$n_0 = \frac{\sin \alpha}{\sin \gamma} = \frac{\sin (\hat{A}_0 + \theta_{\min})/2}{\sin (\hat{A}_0/2)},$$

$$\hat{\theta}_{\min} = 2 \arcsin [n_0 \sin (\hat{A}_0/2)] - \hat{A}_0 = 15^\circ 40'.$$

4) На рис. 138 показан ход луча, удовлетворяющего условиям задачи. Запишем законы преломления для этого луча:

$$\frac{\sin 30^\circ}{\sin \beta} = n_1; \quad \frac{\sin (60^\circ - \beta)}{\sin 30^\circ} = \frac{n_2}{n_1}.$$

Подставляя выражения для показателей преломления, данные по условию задачи: $n_1 = a_1 + b_1/\lambda^2$, $n_2 = a_2 + b_2/\lambda^2$, получаем уравнение

$$\lambda^4 (3a_1^2 - a_2^2 - a_2 - 1) + \lambda^2 (6a_1b_1 - 2a_2b_2 - b_2) + (3b_1^2 - b_2^2) = 0,$$

$$0,36\lambda^4 - 4,8 \cdot 10^5 \lambda^2 - 2,75 \cdot 10^{10} = 0.$$

Решение этого Сиквадратного уравнения дает ответ задачи: $\lambda \approx 1200$ нм.

62. Длина волны де Бройля для электрона, взаимодействующего с исходным фотоном, равна

$$\lambda_e = h/p_e;$$

где p_e — импульс электрона — связан с его кинетической энергией E_k следующим образом:

$$p_e = \sqrt{E_k(E_k + 2m_0c^2)}/c.$$

Эта формула получается из выражений, следующих из специальной теории относительности:

$$\begin{cases} E_k = mc^2 - m_0c^2; \\ p^2c^2 = m^2c^4 - m_0^2c^4. \end{cases}$$

Кинетическую энергию электрона E_k можно найти из закона сохранения энергии:

$$m_0c^2 + hc/\lambda_0 = mc^2 + hc/\lambda_i,$$

откуда

$$E_k = mc^2 - m_0c^2 = hc/\lambda_0 - hc/\lambda_i.$$

Итак, для определения искомой длины волны де Бройля λ_e надо найти длину волны фотона λ_0 .

Рассчитаем изменение длины волны фотона при рассеянии на *неподвижном* электроне, применив законы сохранения энергии и импульса:

$$\begin{cases} m_0c^2 + hc/\lambda_0 = mc^2 + hc/\lambda_f, \\ p_e^2 = \left(\frac{h}{\lambda_0}\right)^2 + \left(\frac{h}{\lambda_f}\right)^2 - 2 \frac{h^2}{\lambda_0\lambda_f} \cos \theta. \end{cases}$$

Проведя несложные математические преобразования, получим

$$\lambda_f - \lambda_0 = \frac{h}{m_0c} (1 - \cos \theta). \quad (1)$$

Величина h/m_0c называется комптоновской длиной волны. Для электрона она равна $2,4 \cdot 10^{-12}$ м. Следовательно, $\lambda_0 = \lambda_f - \frac{h}{m_0c} (1 - \cos 60^\circ) = 1,24 \cdot 10^{-10}$ м. Записав аналогичные уравнения для первого рассеяния (на *движущемся* свободном электроне), получим:

$$\begin{aligned} hc/\lambda_0 - hc/\lambda_i &= E_{k1}, \\ p_{e1}^2c^2 &= E_{k1}(E_{k1} + 2mc^2) = \left(\frac{hc}{\lambda_0}\right)^2 + \left(\frac{hc}{\lambda_i}\right)^2 - 2 \frac{h^2c^2}{\lambda_0\lambda_i} \cos \theta, \\ p_{e1}^2 &= \left(\frac{h}{\lambda_0}\right)^2 + \left(\frac{h}{\lambda_i}\right)^2 - 2 \frac{h^2}{\lambda_0\lambda_i} \cos \theta, \end{aligned}$$

откуда

$$\lambda_0 - \lambda_i = - \frac{h}{mc} (1 - \cos \theta). \quad (2)$$

Сравнивая выражения (1) и (2), находим, что $\lambda_i = \lambda_f$, $p_{e1} = p_{e2}$.

Равенства $\lambda_i = \lambda_f$ и $p_{e1} = p_{e2}$ можно было бы получить сразу, заметив, что оба рассеяния фотонов на электронах — одинаковые процессы, обращенные во времени (рис. 139).

Так как кинетическая энергия электрона ($E_k = hc/\lambda_0 - hc/\lambda_i = 1,6 \cdot 10^{-17}$ Дж ~ 100 эВ) много меньше его энергии покоя ($m_0c^2 =$

$= 8,1 \cdot 10^{-14}$ Дж $\approx 0,5$ МэВ), то формула

$$p_e = \frac{\sqrt{E_k(E_k + 2m_0c^2)}}{c}$$

упрощается: $p_e = \sqrt{2m_0E_k}$, и искомая длина волны де Бройля для электрона равна

$$\lambda_e = \frac{h}{p_e} = \frac{h}{\sqrt{2m_0E_k}} \approx 1,24 \cdot 10^{-10} \text{ м.}$$

Задачу можно было решить следующим простым приближенным способом. Выяснив, что $\Delta\lambda \ll \lambda_i$ (это следует из того, что $\Delta\lambda \approx 10^{-12}$ м, $\lambda_i = 10^{-10}$ м), получаем, что импульсы фотонов p_i и p_0 приблизительно

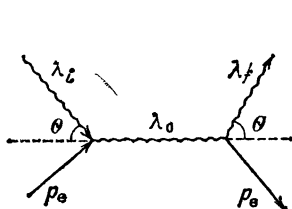


Рис. 139

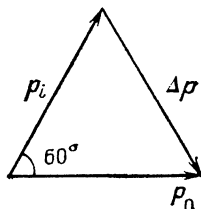


Рис. 140

равны между собой, а так как угол между ними равен 60° , то из рис. 140 видно, что импульс электрона $p_e = \Delta p$ равен по модулю $p_i = h/\lambda_i$. Отсюда следует, что длина волны де Бройля электрона равна $\lambda_e = h/p_e = h/p_i = \lambda_i \approx 1,25 \cdot 10^{-10}$ м.

63. а) Первое задание требовалось выполнить, используя минимальное число электрических схем. Оказывается, достаточно собрать только две электрические схемы (рис. 141 и 142).

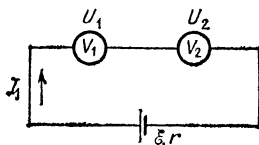


Рис. 141

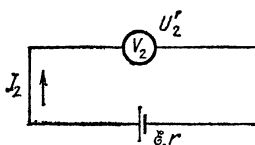


Рис. 142

Записав закон Ома для этих цепей, получим

$$\begin{cases} \mathcal{E} = I_1 R_1 + I_1 R_2 + I_1 r, \\ \mathcal{E} = I_2 R_2 + I_2 r. \end{cases}$$

Исключая r из этих уравнений, найдем э. д. с.:

$$\mathcal{E} = \frac{I_1 I_2 R_1}{I_2 - I_1} = \frac{I_1 I_2 R_1 R_2}{I_2 R_2 - I_1 R_2} = \frac{U_1 U'_2}{U'_2 - U_2}.$$

Подставляя показания вольтметров U_1 , U_2 и U'_2 , получаем ответ.

Этот метод давал хорошие результаты при сопротивлениях вольтметров, близких между собой. При этом их показания были близки и погрешность измерений минимальная.

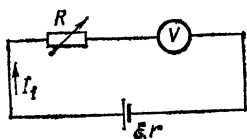


Рис. 143

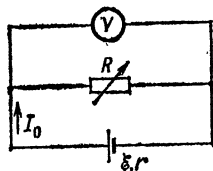


Рис. 144

б) Для выполнения второго задания необходимо было провести серию измерений с помощью электрических цепей, схемы которых представлены на рис. 143 и 144.

Показания вольтметра в первой цепи (рис. 143):

$$U_1 = I_1 R_V = \frac{\mathcal{E} R_V}{R + R_V + r},$$

где R_V — сопротивление вольтметра. Отсюда

$$\frac{1}{U_1} = \frac{R + R_V + r}{\mathcal{E} R_V}.$$

Данные для построения графика *линейной* функции (что оговаривалось в условии задачи) $\frac{1}{U_1}(R)$ можно получить, изменяя

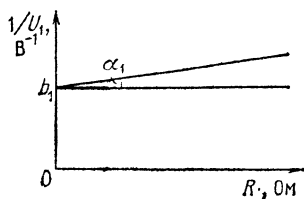


Рис. 145

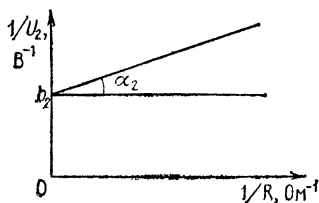


Рис. 146

сопротивление R магазина сопротивлений. Этот график пересекает ось ординат ($1/U_1$) в точке

$$b_1 = \frac{R_V + r}{\mathcal{E} R_V},$$

а тангенс угла наклона прямой к оси абсцисс (R) равен

$$k_1 = \operatorname{tg} \alpha_1 = 1/\mathcal{E} R_V \quad (\text{рис. 145}).$$

Показания вольтметра во второй цепи (рис. 144):

$$U_2 = I_0 R_0 = \frac{\mathcal{E} R_0}{R_0 + r} = \frac{\mathcal{E}}{1 + r/R_0} = \frac{\mathcal{E}}{1 + r(1/R_V + 1/R)},$$

т. е.

$$\frac{1}{U_2} = \frac{1+r(1/R+1/R_V)}{\mathcal{E}}$$

Это позволяет построить график линейной функции: $\frac{1}{U_2} \left(\frac{1}{R} \right)$. Данный график пересекает ось ординат ($1/U_2$) в точке $b_2 = \frac{R_V+r}{\mathcal{E}R_V} = b_1$, а тангенс угла наклона прямой к оси абсцисс $1/R$ равен $k_2 = \operatorname{tg} \alpha_2 = r/\mathcal{E}$ (рис. 146).

Запишем систему уравнений:

$$\begin{cases} r/\mathcal{E} = k_2 \\ 1/\mathcal{E}R_V = k_1 \\ (r+R_V)/\mathcal{E}R_V = b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} rR_V = k_2/k_1 \\ R_V + r = b/k_1 \\ \mathcal{E} = 1/k_1R_V \end{cases} \quad \begin{matrix} (1) \\ (2) \end{matrix}$$

Из уравнений (1) и (2), используя теорему Виета, получим следующее квадратное уравнение:

$$R^2 - \frac{b}{k_1}R + \frac{k_2}{k_1} = 0, \quad k_1R^2 - bR + k_2 = 0, \\ R_{1,2} = \frac{b \pm \sqrt{b^2 - 4k_1k_2}}{2k_1}.$$

Корни этого уравнения R_1 и R_2 дадут значение внутреннего сопротивления источника тока r и сопротивления вольтметра R_V . Определить, какое из двух данных значений R_1 и R_2 соответствует r , а какое $-R_V$, по условию данного эксперимента невозможно. Поэтому получается два возможных значения для э. д. с.:

$$\mathcal{E} = 1/k_1R_1 \quad \text{и} \quad \mathcal{E} = 1/k_1R_2$$

или

$$\mathcal{E} = r_1/k_2 \quad \text{и} \quad \mathcal{E} = r_2/k_2.$$

Если считать, что R_V было больше r , то

$$R_V = \frac{b + \sqrt{b^2 - 4k_1k_2}}{2k_1}, \quad r = \frac{b - \sqrt{b^2 - 4k_1k_2}}{2k_1}, \\ \mathcal{E} = \frac{b - \sqrt{b^2 - 4k_1k_2}}{2k_1k_2}.$$

В опытах было получено, что $b = 0,21 \text{ В}^{-1}$, $k_1 = 10^{-6} (\text{Ом} \cdot \text{В})^{-1}$, $k_2 = 10^3 \text{ Ом/В}$. Это давало следующие значения для искомых величин: $R_V \approx 200 \text{ кОм} \pm 6 \text{ кОм}$, $r \approx 5,2 \text{ кОм} \pm 150 \text{ Ом}$, $\mathcal{E} \approx 4,8 \text{ В} \pm 0,15 \text{ В}$.

П р и м е ч а н и е. Правильность нашего предположения ($R_V > r$) подтверждается получением для э. д. с. источника тока значения, согласующегося с первым опытом.

в) Метод измерения напряжения, используемый при выполнении первого задания, дает максимальную точность для источника тока с большим внутренним сопротивлением r (сравнимым с сопротивлениями вольтметров). Так как наибольшую погрешность измерения э. д. с.

этим способом вносит малая разность $U'_2 - U_2$, в схеме на рис. 142 следовало подключать такой вольтметр (V_1 или V_2), чтобы разность была наибольшей.

При выполнении второго задания опыты следует проводить при малых значениях силы тока, так как в противном случае у батареек изменяются значения э. д. с. и внутреннего сопротивления и графики искомых зависимостей перестают быть линейными.

В предлагаемой работе с целью ограничения силы тока и увеличения внутреннего сопротивления источника тока последовательно к батареек подключался резистор на 5,2 кОм. Для обычной батарейки достаточно было применить одну схему по рис. 142 и считать, что $\mathcal{E} = U'_2$.

64. а) Разбиваем пластинку на большое число параллельных слоев, каждому слою соответствует свой показатель преломления:

$$n_1, n_2, n_3 \dots$$

Записывая закон преломления для каждой последовательной пары слоев (рис. 147), получим:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \alpha_1} = \frac{n_1}{n_A}, \quad \frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \frac{n_2}{n_1}, \quad \frac{\sin \alpha_2}{\sin \alpha_3} = \frac{n_3}{n_2}, \dots,$$

откуда

$$n_A \sin \alpha = n_1 \sin \alpha_1 = n_2 \sin \alpha_2 = n_3 \sin \alpha_3 = \dots = n_B \sin \beta.$$

Аналогичное соотношение мы уже получали при решении задачи № 31.

б) Лучи света, идущие от неба, отражаются от околосемных слоев воздуха, имеющих большую температуру и соответственно меньший показатель преломления. При выполнении условия полного отражения виден мираж — кажущаяся «водная поверхность», отражающая небо.

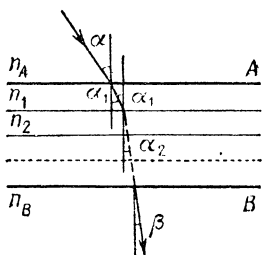


Рис. 147

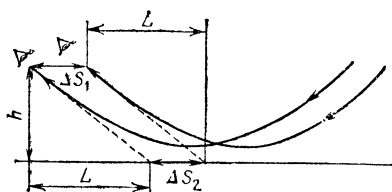


Рис. 148

При смещении наблюдателя на расстояние ΔS вся картина смещается так, что расстояние до «воды» остается одинаковым. Это видно из рис. 148. Граница «водной поверхности» представляет собой окружность с центром в точке нахождения наблюдателя.

в) Рассмотрим ход луча, который кажется нам исходящим от границы водной поверхности (рис. 149). Обозначим показатель преломления воздуха у поверхности Земли n , в точке наблюдения — n_0 . Как было

показано в п. а):

$$n \sin \beta = n_1 \sin \alpha_k.$$

Так как $\sin \beta = \sin 90^\circ = 1$, то $n_1 \sin \alpha_k = n$, где α_k — критический угол, при котором наблюдатель начинает видеть «водную» поверхность.

Из формулы

$$\sin \alpha = \frac{L}{\sqrt{L^2 + h^2}}$$

можно рассчитать показатель преломления воздуха n :

$$n = \frac{L}{\sqrt{L^2 + h^2}} n_1. \quad (1)$$

Так как по условию задачи $n - 1 \sim \rho$, а $\rho = m/V = P_A M / RT$, то

$$n_0 - 1 = P_A M / RT_0,$$

$$n - 1 = P_A M / RT,$$

$$n_1 - 1 = P_A M / RT_1,$$

где $T_0 = 15^\circ\text{C} = 288\text{ К}$, $T_1 = 30^\circ\text{C} = 303\text{ К}$, а T — искомая температура воздуха у поверхности Земли.

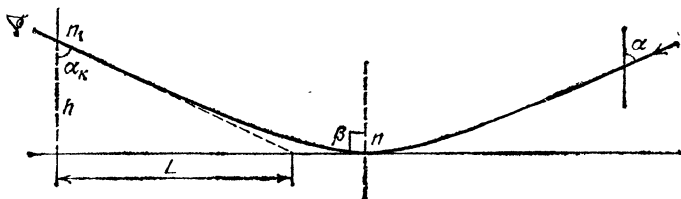


Рис. 149

Из полученных выражений, считая атмосферное давление постоянным, находим

$$n = 1 + \frac{T_0}{T} (n_0 - 1), \quad (2)$$

$$n_1 = 1 + \frac{T_0}{T_1} (n_0 - 1). \quad (3)$$

Подставляя в (3) числовые значения, находим: $n_1 = 1,0002623$. Зная n_1 , с помощью формулы (1) рассчитываем n :

$$n = \frac{L}{\sqrt{L^2 + h^2}} n_1 = 1,0002418.$$

Из выражения (2) получаем формулу для расчета искомой температуры T :

$$T = T_0 \frac{n_0 - 1}{n - 1} = 329\text{ К} = 56^\circ\text{C}.$$

Можно оценить поправку, вносимую изменением давления воздуха с высотой:

$$\Delta P < \rho_1 g h = \frac{P_A M}{R T_1} g h,$$

$$\frac{\Delta P}{P_A} < \frac{M g h}{R T_1} \approx 1,8 \cdot 10^{-4}.$$

Видно, что изменением давления с высотой можно пренебречь по сравнению с изменением показателя преломления воздуха.

65. Рассчитаем координаты x_C и y_C центра масс воды в положении, указанном на рис. 150, относительно точки O (центра масс невозмущенной жидкости). Из рис.

150 видно, что

$$x_A = L/3, \quad y_A = h/2 + \xi/3;$$

$$x_B = -L/3, \quad y_B = h/2 - \xi/3.$$

По определению координаты центра масс можно рассчитать из выражения

$$x_C = \frac{\sum x_i m_i}{\sum m_i} = \frac{x_A m_A + x_B m_B}{m_A + m_B},$$

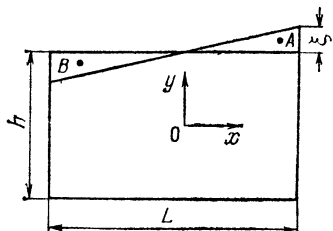


Рис. 150

где $m_A \sim (Lh/2 + L\xi/4)$, $m_B \sim (Lh/2 - L\xi/4)$, а $m_A + m_B \sim Lh$. Отсюда

$$x_C = \frac{\frac{L}{3} \left(\frac{Lh}{2} + \frac{\xi L}{4} \right) - \frac{L}{3} \left(\frac{Lh}{2} - \frac{\xi L}{4} \right)}{Lh} = \frac{\xi L}{6h}.$$

Аналогично

$$y_C = \frac{\frac{\xi}{3} \left(\frac{Lh}{2} + \frac{\xi L}{4} \right) - \frac{\xi}{3} \left(\frac{Lh}{2} - \frac{\xi L}{4} \right)}{Lh} = \frac{\xi^2}{6h}.$$

Видно, что $x_C \gg y_C$. При качании жидкости в ванночке (или озере) проекции скорости движения центра масс воды будут

$$v_x = \dot{x}_C = \frac{L \dot{\xi}}{6h}, \quad v_y = \dot{y}_C = \frac{\xi \dot{\xi}}{3h}.$$

Так как $L \gg \xi$, то $v_x \gg v_y$.

Причина движения воды — в подъеме центра масс и увеличении потенциальной энергии на величину

$$W_p = M g y_C = M g \frac{\xi^2}{6h}.$$

Кинетическая энергия воды W_k равна

$$W_k = \frac{1}{2} M v^2 = \frac{1}{2} M (v_x^2 + v_y^2).$$

Так как $v_x^2 \gg v_y^2$, то $W_k \approx \frac{1}{2} M v_x^2 = \frac{1}{2} M \frac{(\dot{\xi})^2 L^2}{36h^2}$. Выражение для

полной механической энергии движения воды

$$W = W_{\text{п}} + W_{\text{к}} = \frac{Mg\xi^2}{6h} + \frac{1}{2} M \frac{(\xi')^2 L^2}{36h^2}$$

аналогично выражению для энергии гармонического осциллятора:

$$W = \frac{1}{2} kx^2 + \frac{1}{2} m\dot{x}^2 = \frac{1}{2} m\omega^2 x^2 + \frac{1}{2} m\dot{x}^2.$$

Сравнивая два последних выражения, запишем

$$\begin{cases} m\omega^2 = \frac{Mg}{3h}, \\ m = \frac{ML^2}{36h^2}. \end{cases}$$

Решив полученную систему уравнений, найдем

$$\omega = \frac{\sqrt{12hg}}{L}, \text{ откуда } T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{\pi}{\sqrt{3}} \frac{L}{\sqrt{gh}}.$$

Введем обозначение теоретически рассчитанного для данной модели коэффициента пропорциональности α_T между T и $\frac{L}{\sqrt{gh}}$:

$$\alpha_T = T \sqrt{gh}/L = \pi/\sqrt{3} \approx 1,81.$$

Обработывая результаты эксперимента в ванночках, получим: для $L = 479$ мм

h , мм	30	50	69	88	107	124	142
$\alpha = \sqrt{gh} \cdot T/L$	2,01	2,05	2,01	2,10	2,12	2,10	2,12

$\alpha_{\text{ср}} = 2,07;$

для $L = 143$ мм

h , мм	31	38	58	67	124
$\alpha = \sqrt{gh} \cdot T/L$	2,19	2,05	2,27	1,98	2,16

$\alpha_{\text{ср}} = 2,13.$

Из этих расчетов видно, что

$$T_{\text{экс}} \approx 1,1 T_{\text{модели}}.$$

Эти отличия могут объясняться наличием трения, капиллярных сил.

Заметим, что при увеличении L , $\alpha_{\text{ср}}$ приближается к теоретическому α_T .

Для озера $T = \alpha_T \frac{L}{\sqrt{gh}} = 10^4 \text{ с} \approx 2,8$ часа. Из рис. 32 видно, что за 18 делений шкалы происходит 12 колебаний водной поверхности, следовательно, цена деления шкалы времени T_x на диаграмме равна

$$18T_x = 12T, \quad T_x = \frac{2}{3}T \approx 2 \text{ часа.}$$

Возможны и другие модели рассматриваемого явления.

Например, считая, что образуется стоячая волна с узлом в середине поверхности воды в сосуде, получаем:

$$T = \lambda/v = 2L/v,$$

где v — скорость распространения волны в сосуде с глубиной h равна $v = \sqrt{gh}$. Отсюда

$$T = 2L/\sqrt{gh}.$$

В этой модели $\alpha_T = \sqrt{gh} \cdot T/L = 2$, что ближе к экспериментальным данным ($\alpha_1 \approx 2,07$, $\alpha_2 \approx 2,13$), чем ранее рассчитанное теоретическое значение α_T ($\alpha_T = 1,81$).

66. Рассмотрим самый общий случай, обозначив через Z_1 , Z_2 , Z_3 , Z_4 импедансы элементов цепи (рис. 151).

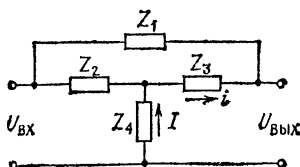


Рис. 151

Ясно, что при $v \rightarrow 0$ и $v \rightarrow \infty$ импеданс наших элементов должен либо стремиться к нулю, либо к бесконечности, либо оставаться постоянным.

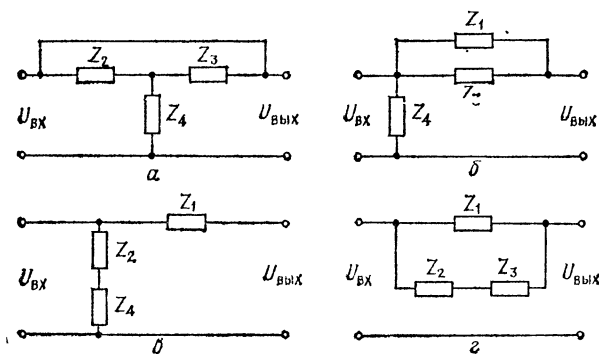


Рис. 152

Определим, в каких случаях будет выполнено условие

$$K = \frac{U_{\text{вых}}}{U_{\text{вх}}} = 1,$$

Из рис. 152, а—г ясно, что $K = 1$, если

- 1) $Z_1 \rightarrow 0$, 2) $Z_2 \rightarrow 0$, 3) $Z_3 \rightarrow \infty$, 4) $Z_4 \rightarrow \infty$.

Рассчитаем полный импеданс цепи

$$Z_{\text{общ}} = Z_4 + \frac{(Z_1 + Z_3) Z_2}{Z_1 + Z_2 + Z_3}.$$

Обозначив силу тока в Z_4 через I , а силу тока в Z_3 через i (рис. 151), получим

$$U_{\text{вх}} = I Z_{\text{общ}}, \quad U_{\text{вых}} = I Z_4 + i Z_3,$$

где $i = I \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2 + Z_3}$. Следовательно,

$$K = \frac{U_{\text{вых}}}{U_{\text{вх}}} = \frac{I \left(Z_4 + \frac{Z_2 Z_3}{Z_1 + Z_2 + Z_3} \right)}{I \left(Z_4 + \frac{(Z_1 + Z_3) Z_2}{Z_1 + Z_2 + Z_3} \right)} = 1 - \frac{Z_1 Z_2}{Z_4 (Z_1 + Z_2 + Z_3) + Z_2 (Z_1 + Z_3)}.$$

Представим это выражение в виде:

$$K = \frac{U_{\text{вых}}}{U_{\text{вх}}} = 1 - \frac{1}{A + iB}.$$

Сдвига фаз ($\Delta\varphi$) между напряжениями $U_{\text{вых}}$ и $U_{\text{вх}}$ не будет, если $B=0$ и $K > 0$ (при $K < 0$, $\Delta\varphi = \pi$). Нетрудно показать, преобразовав выражение для K :

$$K = 1 - \frac{2A - 1}{A^2 + B^2},$$

что при $B=0$ отношение $K = \frac{U_{\text{вых}}}{U_{\text{вх}}}$ минимально и равно

$$K_{\min} = 1 - \frac{1}{A}.$$

На рис. 153, а — м представлены 12 возможных схем, удовлетворяющих всем требованиям условия задачи.

а) На рис. 153, а изображена схема, для которой выполняются условия

$$\begin{aligned} v &\rightarrow 0, & Z_3 &\rightarrow \infty; \\ v &\rightarrow \infty, & Z_2 &\rightarrow 0; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} K = \frac{U_{\text{вых}}}{U_{\text{вх}}} &= 1 - \frac{R \frac{1}{i\omega C}}{R \left(R + \frac{2}{i\omega C} \right) + \frac{1}{i\omega C} \left(R + \frac{1}{i\omega C} \right)} = \\ &= 1 - \frac{1}{3 + iR \left(\omega C - \frac{1}{\omega C R^2} \right)}. \end{aligned}$$

Отсюда следует, что при $\omega_0 = 1/CR = 10^4 \text{ с}^{-1}$, т. е. при $\nu_0 = 1,59 \cdot 10^3 \text{ Гц}$,

$$K = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3} \approx 0,67.$$

Аналогично рассчитываются все остальные схемы.

б) Схема по рис. 153, б):

$$\begin{aligned} \nu \rightarrow 0, \quad Z_4 \rightarrow \infty; \\ \nu \rightarrow \infty, \quad Z_1 \rightarrow 0; \end{aligned} \quad K = 1 - \frac{1}{3 + iR \left(\omega C - \frac{1}{\omega CR^2} \right)}.$$

При $\omega_0 = 1/CR = 10^4 \text{ с}^{-1}$, $\nu_0 = 1,59 \cdot 10^3 \text{ Гц}$, $K = 1 - \frac{1}{3} = 0,67$.

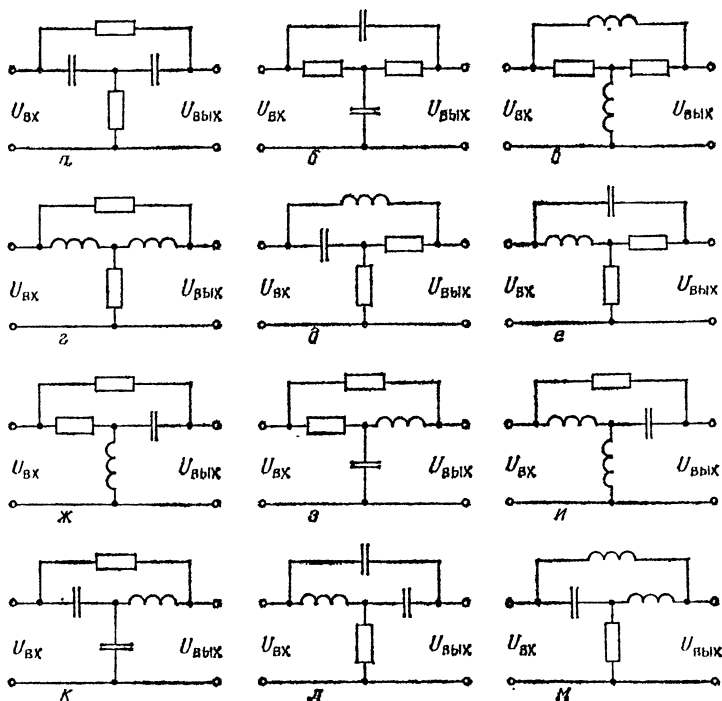


Рис. 153

в) Схема по рис. 153, в):

$$\begin{aligned} \nu \rightarrow 0, \quad Z_1 \rightarrow 0; \\ \nu \rightarrow \infty, \quad Z_4 \rightarrow \infty; \end{aligned} \quad K = 1 - \frac{1}{3 + i \left(\frac{\omega L}{R} - \frac{R}{\omega L} \right)}.$$

При $\omega_0 = R/L = 6,25 \cdot 10^4 \text{ с}^{-1}$, $\nu_0 = 10^4 \text{ Гц}$, $K = 1 - \frac{1}{3} = 0,67$.

г) Схема по рис. 153, г):

$$\begin{aligned} \nu \rightarrow 0, \quad Z_2 \rightarrow 0; \\ \nu \rightarrow \infty, \quad Z_3 \rightarrow \infty; \end{aligned} \quad K = 1 - \frac{1}{3 + \frac{i}{R} \left(\omega L - \frac{R^2}{\omega L} \right)}.$$

При $\omega_0 = R/L = 6,25 \cdot 10^4 \text{ с}^{-1}$, $\nu_0 = 10^4 \text{ Гц}$, $K = 1 - \frac{1}{3} \approx 0,67$.

д) Схема по рис. 153, д:

$$\begin{aligned} \nu \rightarrow 0, \quad Z_1 \rightarrow 0; \\ \nu \rightarrow \infty, \quad Z_2 \rightarrow 0; \end{aligned} \quad K = 1 - \frac{L/C}{R^2 + \frac{L}{C} + iR \left(\omega L - \frac{2}{\omega C} \right)}.$$

При $\omega_0 = \sqrt{2/LC} = 3,5 \cdot 10^4 \text{ с}^{-1}$, $\nu_0 = 5,6 \cdot 10^3 \text{ Гц}$, $K = 1 - \frac{L/C}{R^2 + L/C} =$
 $= \frac{1}{1 + L/CR^2} = 0,86.$

е) Схема по рис. 153, е:

$$\begin{aligned} \nu \rightarrow 0, \quad Z_2 \rightarrow 0; \\ \nu \rightarrow \infty, \quad Z_1 \rightarrow 0; \end{aligned} \quad K = 1 - \frac{L/C}{R^2 + \frac{L}{C} + iR \left(2\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)}.$$

При $\omega_0 = \sqrt{1/2LC} = 1,7 \cdot 10^4 \text{ с}^{-1}$, $\nu_0 = 2,8 \text{ кГц}$, $K = \frac{1}{1 + L/CR^2} = 0,86.$

ж) Схема по рис. 153, ж:

$$\begin{aligned} \nu \rightarrow 0, \quad Z_3 \rightarrow \infty; \\ \nu \rightarrow \infty, \quad Z_4 \rightarrow \infty; \end{aligned} \quad K = 1 - \frac{R^2}{\frac{L}{C} + R^2 + iR \left(2\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)}.$$

При $\omega_0 = \sqrt{1/2LC} = 1,7 \cdot 10^4 \text{ с}^{-1}$, $\nu_0 = 2,8 \cdot 10^3 \text{ Гц}$, $K = \frac{1}{1 + CR^2/L} \approx 0,14.$

з) Схема по рис. 153, з:

$$\begin{aligned} \nu \rightarrow 0, \quad Z_4 \rightarrow \infty; \\ \nu \rightarrow \infty, \quad Z_3 \rightarrow 0; \end{aligned} \quad K = 1 - \frac{R^2}{\frac{L}{C} + R^2 + iR \left(\omega L - \frac{2}{\omega C} \right)}.$$

При $\omega_0 = \sqrt{2/LC} \approx 3,5 \cdot 10^4 \text{ с}^{-1}$, $\nu_0 = 5,6 \cdot 10^3 \text{ Гц}$, $K = \frac{1}{1 + CR^2/L} \approx 0,14.$

и) Схема по рис. 153, и:

$$\begin{aligned} \nu \rightarrow 0, \quad Z_2 \rightarrow 0; \\ \nu \rightarrow \infty, \quad Z_4 \rightarrow \infty; \end{aligned} \quad K = 1 - \frac{R}{2R + i \left(\omega L - \frac{2}{\omega C} \right)}.$$

При $\omega_0 = \sqrt{2/LC} = 3,5 \cdot 10^4 \text{ с}^{-1}$, $\nu_0 = 5,6 \cdot 10^3 \text{ Гц}$, $K = 0,5.$

к) Схема по рис. 153, к:

$$\begin{aligned} \nu \rightarrow 0, \quad Z_4 \rightarrow \infty; \\ \nu \rightarrow \infty, \quad Z_2 \rightarrow 0; \end{aligned} \quad K = 1 - \frac{1}{2 + \frac{i}{R} \left(2\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)}.$$

При $\omega_0 = \sqrt{1/2LC} = 1,7 \cdot 10^4 \text{ с}^{-1}$, $\nu_0 = 2,8 \cdot 10^3 \text{ Гц}$, $K = 0,5.$

л) Схема по рис. 153, л:

$$\begin{aligned} \nu \rightarrow 0, \quad Z_2 \rightarrow 0; \\ \nu \rightarrow \infty, \quad Z_1 \rightarrow 0; \end{aligned} \quad K = 1 - \frac{L/C}{iR \left(\omega L - \frac{2}{\omega C} \right) + \frac{2L}{C}}.$$

При $\omega_0 = \sqrt{2/LC} = 3,5 \cdot 10^4 \text{ с}^{-1}$, $\nu_0 = 5,6 \cdot 10^3 \text{ Гц}$, $K = 0,5.$

м) Схема на рис. 153, м:

$$\begin{aligned} v \rightarrow 0, \quad Z_1 \rightarrow 0; \\ v \rightarrow \infty, \quad Z_2 \rightarrow 0; \end{aligned} \quad K = 1 - \frac{L/C}{iR \left(2\omega L - \frac{1}{\omega C} \right) + \frac{2L}{C}}.$$

При $\omega_0 = \sqrt{1/2LC} = 1,7 \cdot 10^4 \text{ с}^{-1}$, $\nu_0 = 2,8 \cdot 10^3 \text{ Гц}$, $K = 0,5$.

67. Собирается электрическая схема по рис. 35. Клеммы *A* и *B* подключаются к генератору переменного тока. С выводов *A* и *B* и с конденсатора снимается сигнал на разные каналы осциллографа.

По первому каналу осциллографа настраивается генератор на заданные амплитуду и период колебаний, по второму каналу наблюдается кривая зарядки и разрядки конденсатора. Картины совмещаются на экране осциллографа (рис. 154).

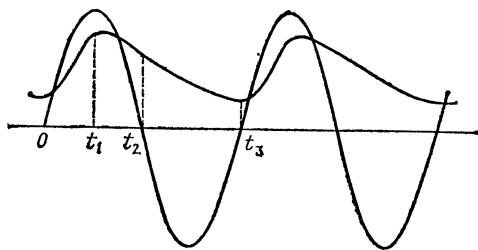


Рис. 154

В интервале времени $0-t_1$ конденсатор заряжается, от t_1 до t_2 он разряжается, но закон изменения напряжения на нем отличается от экспоненциального. От t_2 до t_3 конденсатор разряжается по экспоненциальному закону, так как внешнее напряжение, приложенное к его выводам, равно нулю:

$$\begin{aligned} \frac{q}{C} + \frac{dq}{dt} R = 0 \Rightarrow \frac{dq}{dt} = -\frac{q}{RC} \Rightarrow \frac{dq}{q} = -\frac{dt}{RC} \Rightarrow \\ \Rightarrow \ln \frac{q}{q_0} = -\frac{t}{RC} \Rightarrow q = q_0 e^{-t/RC} \Rightarrow U = U_0 e^{-t/RC}. \end{aligned}$$

Измерив два значения напряжения U_1 и U_2 на конденсаторе через промежуток времени Δt , можно определить сопротивление резистора по формуле

$$\frac{U_2}{U_1} = e^{-\Delta t/RC} \Rightarrow R = \frac{\Delta t}{C} \ln \frac{U_1}{U_2}.$$

Для повышения точности измерений значения R следовало провести серию измерений и найти среднее значение. Нахождение среднего значения можно упростить, используя построение графика зависимости $\ln U$ от t .

Зная R , можно рассчитать искомую мощность, выделяющуюся на резисторе, по формуле

$$P = \frac{\int_0^T \frac{U^2}{R} dt}{T}.$$

Интеграл $\int_0^T U^2 dt$ рассчитывается по площади под графиком $U^2(t)$, значения U , t и T снимаются с осциллограммы, полученной на экране осциллографа.

68. Для определения длины волны желтой линии спектра неоновой лампы необходимо получить ее спектр с помощью дифракционной решетки.

Так как постоянная решетки d неизвестна, то следовало сравнить дифракционные картины, получаемые от лазера с помощью объективного микрометра, представляющего собой дифракционную решетку с известной постоянной d_0 , и с помощью дифракционной решетки (рис. 155).

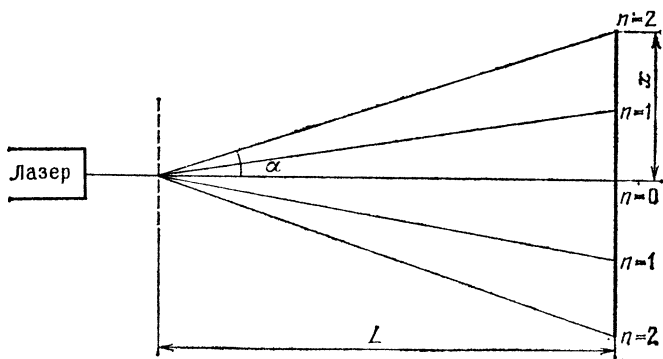


Рис. 155

Записывая условия дифракционных максимумов для обоих опытов, получим:

$$d_0 \sin \alpha_0 = n_0 \lambda_0, \quad d \sin \alpha = n \lambda_0,$$

где λ_0 — длина волны лазерного света, n_0 и n — порядок спектра (его желательно выбрать максимально большим, при котором еще достаточная интенсивность спектральных линий), $\sin \alpha = \frac{x}{\sqrt{L^2 + x^2}}$. При достаточно больших L $\sin \alpha \approx x/L$.

Из записанных выше выражений получаем

$$d = d_0 \frac{n \sin \alpha_0}{n_0 \sin \alpha},$$

где α_0 и α — углы дифракционного отклонения, соответствующие максимумам n_0 - и n -го порядка, получаемые с помощью объектив-микрометра и дифракционной решетки соответственно.

Постоянная дифракционной решетки получается в 6 раз меньше ($d \approx 1,67 \cdot 10^{-6}$ м), чем у объектив-микрометра. Это позволяет использовать эту решетку для исследования спектра неоновой лампы.

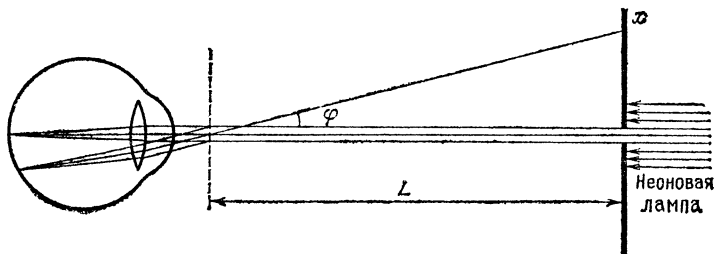


Рис. 156

Наблюдая неоновую лампу через дифракционную решетку и измеряя угол φ , на котором возникает m -е мнимое изображение желтой спектральной линии (рис. 156), рассчитываем ее длину волны λ по формуле

$$d \sin \varphi = m\lambda, \quad \lambda = \frac{d \sin \varphi}{m} = \frac{d}{m} \frac{x}{\sqrt{L^2 + x^2}}.$$

При проведении опыта желательно было из темной бумаги вырезать щель для получения узкого пучка света от неоновой лампы.

ТЕМАТИЧЕСКИЙ УКАЗАТЕЛЬ ЗАДАЧ

Для удобства пользования данной книгой учащимися различных классов приводим распределение помещенных в ней олимпиадных задач по разделам и темам школьного курса физики.

Раздел курса физики	Номера задач теоретических туров	Номера задач эксперимен- тальных туров
Механика	1, 6, 10, 15, 20, 25, 34, 38, 46, 59	29, 53, 58
Молекулярная физика и термо- динамика	3, 4, 7, 11, 16, 21, 26, 32, 39, 42, 47, 50, 56	5, 41
Электростатика и законы посто- янного тока	2, 12, 17, 22, 27, 51	14, 24, 33, 37, 64
Электромагнетизм	36, 44, 60, 67	49, 68
Колебания и волны	52, 54, 55, 66	9, 45
Оптика	8, 13, 18, 23, 28, 31, 35, 40, 43, 48, 61, 65	19, 57, 69
Атомная и ядерная физика	30, 62	

ПРОГРАММА МЕЖДУНАРОДНОЙ ФИЗИЧЕСКОЙ ОЛИМПИАДЫ *)

1. М е х а н и к а.

Кинематика материальной точки. Законы Ньютона. Инерциальные системы отсчета.

Замкнутые и незамкнутые системы тел. Импульс, энергия, работа, мощность. Закон сохранения энергии и импульса. Силы упругости и трения. Закон всемирного тяготения. Потенциальная энергия и работа в гравитационном поле. Законы Кеплера.

Статика. Центр масс. Момент сил. Кинематика вращательного дви-

*) Эта программа была принята Международной комиссией в 1985 г.

жения твердого тела. Момент инерции. Основное уравнение динамики вращательного движения. Теорема Штейнера. Закон сохранения момента импульса. Кинетическая энергия вращающегося тела. Неинерциальные системы отсчета. Силы инерции.

2. Термодинамика и молекулярная физика.

Внутренняя энергия, работа и теплота. Первый и второй законы термодинамики. Идеальный газ. Давление идеального газа. Число Авогадро. Уравнение состояния идеального газа. Абсолютная температура. Работа при изотермическом и адиабатическом процессах. Цикл Карно. К. п. д. цикла. Обратимые и необратимые процессы. Энтропия.

3. Колебания и волны.

Гармонические колебания. Продольные и поперечные волны. Линейная поляризация. Звуковые волны. Эффект Доплера. Интерференция волн. Стоячие волны.

4. Электродинамика.

Закон сохранения электрического заряда. Закон Кулона. Электрическое поле. Потенциал. Закон Гаусса. Емкость. Плотность энергии электрического поля.

Сила тока. Законы Ома и Кирхгофа. Работа и мощность постоянного и переменного тока. Закон Джоуля — Ленца.

Магнитное поле прямого провода, витка и длинной катушки с током. Сила Ампера. Сила Лоренца.

Закон электромагнитной индукции. Магнитный поток. Закон Ленца. Самоиндукция. Индуктивность. Плотность энергии магнитного поля.

Активное, емкостное и индуктивное сопротивления в цепи переменного тока. Резонанс в последовательной и параллельной цепи.

Колебательный контур. Частота колебаний.

Световые волны. Дифракция от одной и двух щелей. Дифракционная решетка. Разрешающая способность решетки. Интерференция в тонких пленках. Брегговское отражение. Принцип Ферма.

Дисперсионные и дифракционные спектры. Линейчатые спектры.

Поляризация электромагнитных волн. Разрешающая способность оптических систем. Излучение абсолютно черного тела. Закон Стефана — Больцмана.

5. Квантовая и релятивистская физика.

Фотоэффект. Энергия и импульс фотона. Волны де Бройля. Соотношение неопределенностей.

Принцип относительности. Сложение скоростей. Релятивистский эффект Доплера. Релятивистские уравнения движения, импульса, энергии. Закон взаимосвязи массы и энергии. Законы сохранения энергии и импульса.

Уровни энергии атомов и молекул. Излучение и поглощение энергии. Спектры водородоподобных атомов.

Энергетические уровни атомных ядер. Альфа-, бета- и гамма-излучения. Взаимодействие излучений с веществом. Закон радиоактивного распада. Состав атомных ядер. Дефект масс. Ядерные реакции.

Олег Федорович Кабардин
Владимир Алексеевич Орлов
МЕЖДУНАРОДНЫЕ ФИЗИЧЕСКИЕ ОЛИМПИАДЫ
ШКОЛЬНИКОВ

Серия «Библиотечка «Квант»

Редактор *Л. А. Панюшкина*
Художественный редактор *Т. Н. Кольченко*
Технический редактор *С. Я. Шкляр*
Корректоры *О. А. Бутусова, М. Л. Медведская*

ИБ № 12787

Сдано в набор 12.06.85. Подписано к печати 13.11.85. Т-22317.
Формат 84×108/32. Бумага тип. № 2. Гарнитура литературная. Печать
высокая. Усл. печ. л. 8,4 Усл. кр.-от. 8,82. Уч.-изд. л. 9,08.
Тираж 150000 экз. Заказ № 1269. Цена 30 коп.

Ордена Трудового Красного Знамени издательство «Наука»
Главная редакция физико-математической литературы
117071 Москва В-71, Ленинский проспект, 15

Ордена Октябрьской Революции и ордена Трудового Красного Знамени
МПО «Первая Образцовая типография» имени А. А. Жданова
Союзполиграфпрома при Государственном комитете СССР
по делам издательств, полиграфии и книжной торговли.
113004, Москва, Валуевская, 28

30 коп.
